Fundamentos de transferencia de calor

CUARTA EDICIÓN

FRANK P. INCROPERA
DAVID P. DEWITT
School of Mechanical Engineering
Purdue University

TRADUCCIÓN
Ricardo Cruz
Investigador Fundación Javier Barros Sierra

REVISIÓN TÉCNICA
Enrique Muñoz Díaz
Ingeniero Mecánico Electricista
Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional Autónoma de México
Director de la Carrera de Ingeniería Mecánica Electricista
Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey
Campus Monterrey

ASESORÍA TÉCNICA
Lourdes Delgado Núñez
Departamento de Energía
Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Azcapotzalco

PEARSON

PRENTICE HALL

Addison Wesley Longman

MÉXICO • ARGENTINA • BOLIVIA • BRASIL • COLOMBIA • COSTA RICA • CHILE • ECUADOR
EL SALVADOR • ESPAÑA • GUATEMALA • HONDURAS • NICARAGUA • PANAMÁ
PARAGUAY • PERÚ • PUERTO RICO • REPÚBLICA DOMINICANA• URUGUAY • VENEZUELA

AMSTERDAM • HARLOW • MIAMI • MUNICH • NUEVA DELHI • MENLO PARK • NUEVA JERSEY
NUEVA YORK • ONTARIO • PARÍS • SINGAPUR • SYDNEY • TOKIO • TORONTO • ZURICH

Datos de catalogación bibliográfica

Incropera, Frank P.
Fundamentos de transferencia de calor, 4a. ed.

PRENTICE HALL, México, 1999

ISBN: 970-17-0170-4
ÁREA: UNIVERSITARIOS

FORMATO: 20 × 25.5 cm. PÁGINAS: 912

EDICIÓN EN ESPAÑOL:

EDITOR: PABLO EDUARDO ROIG VÁZQUEZ
SUPERVISOR DE TRADUCCIÓN: ENRIQUE PALOS BÁEZ
SUPERVISORA DE EDICIÓN: REBECA RUIZ ZAMITES BONILLA

EDICIÓN EN INGLÉS:

Acquisitions editor: Cliff Robichaud
Marketing manager: Debra Riegert
Production manager: Lucille Buonocore
Senior production editors: Nancy Prinz, Tracey Kuehn
Text designer: Nancy Field
Cover designer: Karin Kincheloe
Manufacturing manager: Mark Cirillo
Illustration editor: Edward Starr

INCROPERA: FUNDAMENTOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR, 4a. ed.

Traducido del inglés de la obra: **Fundamentals of Heat and Mass Transfer,** 4th ed.

All rights reserved. Authorized translation from English language edition published by John Wiley & Sons, Inc.

Todos los derechos reservados. Traducción autorizada de la edición en inglés publicada por John Wiley & Sons, Inc.

All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or by any information storage and retrieval system, without permission in writing from the publisher.

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier medio o método sin autorización por escrito del editor.

Derechos reservados © 1999 respecto a la primera edición en español publicada por:
PRENTICE HALL HISPANOAMERICANA, S. A.
Calle 4 Núm. 25 2° piso, Fracc. Industrial Alce Blanco
53370 Naucalpan de Juárez, Edo. de México

ISBN 970-17-0170-4

Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial, Reg. Núm. 1524.

Original English Language Edition Published by John Wiley & Sons, Inc.
Copyright © 1996
All rights reserved

ISBN 0-471-30460-3

IMPRESO EN MÉXICO / PRINTED IN MEXICO

AGO

PROGRAMAS EDUCATIVOS, S. A. DE C.V.
CALZ. CHABACANO No. 65, LOCAL A
COL. ASTURIAS,DELEG. CUAUHTEMOC,
C.P. 06850, MÉXICO, D.F.

EMPRESA CERTIFICADA POR EL
INSTITUTO MEXICANO DE NORMALIZACIÓN
Y CERTIFICACIÓN A.C., BAJO LA NORMA
ISO-9002: 1994/NMX-CC-004: 1995
CON EL No. DE REGISTRO RSC-048

1999

Dedicado a nuestras numerosas familias y a sus hijos,

Nicholas De Witt Bifano, John Wallace, Michael Anthony
y Mallory Renee Dant; Patricia Ann y David Andrew Foley;
Michael DeWitt y Sarah Joanne Frederick;
y Brandon Patrick Tafelski

quienes han incrementado los niveles de amor,
paciencia y comprensión en nuestras vidas.

Prefacio

Con el paso de aproximadamente quince años desde la publicación de la primera edición, este texto ha llegado con toda claridad a ser una representación madura de la enseñanza de la transferencia de calor. No obstante esta madurez, pensamos que, si bien algunos principios básicos siguen siendo válidos, nuestro tratamiento del tema ha estado en evolución constante.

Preparar la primera edición se basó en la convicción de que un primer curso de transferencia de calor debe, sobre todo, propiciar dos cosas: inculcar una apreciación de los orígenes físicos del tema y establecer la relación de estos orígenes con el comportamiento de los sistemas térmicos. Para llevar esto a cabo son necesarias las metodologías que faciliten la aplicación del tema a una amplia variedad de problemas prácticos, y debe fomentarse la facilidad para realizar la clase de análisis de ingeniería que, aunque no exacto, proporcione información útil con respecto al diseño y/o funcionamiento de un sistema o proceso. Los requisitos de este tipo de análisis incluyen la capacidad de distinguir procesos de transporte relevantes y simplificar suposiciones, identificar las variables dependientes e independientes adecuadas, desarrollar las expresiones apropiadas a partir de los principios fundamentales y emplear las herramientas necesarias a partir de la base del conocimiento de la transferencia de calor. En la primera edición, el logro de este objetivo se procuró planteando muchos de los ejemplos y problemas de fin de capítulo en términos de sistemas de ingeniería reales.

La segunda edición también se guió por los objetivos anteriores, así como por consideraciones derivadas de un cuestionario que se mandó a más de cien colegas que usaron la primera edición o se familiarizaron con ella. Una de las principales consecuencias de estas consideraciones fue la publicación de dos versiones del libro: *Fundamentals of Heat and Mass Transfer* (Fundamentos de transferencia de calor y masa) e *Introduction to Heat Transfer* (Introducción a la transferencia de calor). Como en la primera edición, la versión de "Fundamentos" comprendió la transferencia de masa y proporcionó un tratamiento integrado de transferencia de calor, masa y momento mediante convección, así como tratamientos aparte de transferencia de calor y masa por difusión. La versión de "Introducción" del libro se destinó a usuarios que desearan abarcar el tratamiento de la transferencia de calor, pero que no desearan ver los efectos de la transferencia de masa. En ambas versiones, se realizaron mejoras significativas en el tratamiento de los métodos numéricos y de la transferencia de calor con cambio de fase.

En la tercera edición, los cambios estuvieron motivados por el deseo de incrementar el alcance de las aplicaciones y de realzar la exposición de los principios físicos. Se amplió la cobertura del material existente sobre resistencia térmica de contacto, análisis de resistencia interna despreciable y métodos de diferencias finitas e intercambiadores de calor compactos, además de que se agregó nuevo material sobre convección forzada en chorros sumergidos y convección libre en canales abiertos de placas paralelas. También se incluyeron cerca de 300 problemas nuevos. Con el espíritu de pasados esfuerzos, muchos de los problemas tratan temas contemporáneos de la práctica de la ingeniería, como la conversión y utilización de la energía, la protección térmica, el enfriamiento electrónico, la fabricación y el procesamiento de materiales. Seguimos creyendo que, además de reforzar en el estudiante la comprensión de principios y aplicaciones, los problemas sirven de motivación, pues relacionan el tema con necesidades reales de la ingeniería.

En la preparación de la presente edición, influyó mucho el intenso análisis al que ha estado sujeta recientemente la educación en ingeniería. Por un lado, oímos decir que, si se pone énfasis en el análisis y las ciencias de la ingeniería, se descuidan las capacidades de síntesis e integración de sistemas que por lo general se requieren en la

práctica de la profesión. Por el contrario, los defensores de los métodos de educación en ingeniería posteriores a la década de los 50 argumentan que una valoración cuidadosa de los principios básicos de ingeniería es esencial para comprender y mejorar la operación de los dispositivos, procesos y sistemas existentes, así como para el desarrollo de nuevas tecnologías. En nuestro caso, estamos de acuerdo con ambas aseveraciones. Es posible un mejor trabajo en la preparación de nuestros estudiantes para la práctica de la ingeniería, y es importante que comprendan los principios básicos y que sean capaces de aplicarlos. Sin embargo, también consideramos que estos dos objetivos no son mutuamente excluyentes, sino que se pueden acoplar para beneficio mutuo.

Pocos educadores se han salvado de la frustración de ver que muchos de los estudiantes que completaron de forma satisfactoria las ciencias esenciales de la ingeniería cometen errores al intentar aplicar incluso los principios más rudimentarios a problemas en el nivel de diseño y sistemas. Creemos que este tipo de dificultades son resultado de una forma de pensamiento que considera que cada problema tiene una solución única (la correcta) y que existe sólo un camino hacia esa solución. Con el propósito de no equivocarse para encontrar el camino a la solución adecuada, la solución del problema corre el riesgo de llegar a ser un ejercicio restringido al *reconocimiento de patrones*. Es decir, el método de solución de problemas se concentra en la búsqueda de soluciones existentes para problemas similares.

En Purdue, como en muchas otras instituciones, se utiliza la educación por objetivos como medio de enfrentar las anteriores deficiencias. Una importante característica de nuestro método implica el *propósito integrador a lo largo del programa de estudios*, que incluye cursos, como el de transferencia de calor, basados en las ciencias de la ingeniería. En estos cursos, los *problemas de diseño y los problemas abiertos* proveen tierra fértil para relacionar los fundamentos con *modelos de ingeniería útiles* y, a su vez, para relacionar estos modelos con decisiones de diseño. Aunque los problemas pueden ser de alcance limitado y quizá no requieran más de unas cuantas horas fuera del salón de clase, se refieren a necesidades reales y permiten planteamientos alternativos, que incluyen consideraciones del tipo de *qué sucedería si*. De esta manera, proporcionan el contexto necesario para que los estudiantes adquieran confianza en la aplicación de los principios básicos a problemas reales abiertos y utilicen estas aplicaciones como una base para tomar decisiones de diseño. A través del estímulo que proporcionan, los problemas también aumentan el interés y profundizan en la comprensión de los principios básicos.

Por lo tanto, en esta edición agregamos un número significativo de problemas abiertos que aumentarán el interés del estudiante en la transferencia de calor, fortalecerán su capacidad para aplicar el tema a necesidades reales, y lo prepararán mejor para la práctica de la ingeniería. Debido a que muchos de estos problemas implican consideraciones de tipo exploratorio, de *qué sucedería si*, y de *sensibilidad de parámetros*, se recomienda que se traten en computadora con un paquete de software para solución de ecuaciones.

Aunque los estudiantes ciertamente pueden crear y solucionar los modelos con un software con el que ya estén familiarizados, hay software basado en Windows que ofrece algunas ventajas diferentes como herramienta de productividad y aprendizaje. Denominado *Interactive Heat Transfer* (Transferencia de calor interactiva, *IHT*) y diseñado en colaboración con IntelliPro, Inc., de New Brunswick, Nueva Jersey, el software está integrado por completo con el texto, pues emplea las mismas metodologías y nomenclatura.

IHT proporciona un ambiente para construir modelos y solucionar problemas que comprende un *preprocesador*, un *solucionador* y un *posprocesador*. El prepro-

cesador tiene un *espacio de trabajo* en el que se puede introducir ecuaciones y comentarios desde **módulos** preexistentes y/o **herramientas** (así como desde el teclado). Los módulos consisten en modelos, que cubren temas más amplios, como balances de energía y circuitos térmicos, mientras que las herramientas proporcionan ecuaciones específicas para procesos de conducción, convección y radiación, así como propiedades termofísicas para sustancias seleccionadas. El solucionador brinda la capacidad de auxiliar en la solución de ecuaciones de forma comprensible, mientras que el posprocesador cuenta con una *opción de exploración* para estudios de sensibilidad de parámetros, un *visor* para tabular resultados y una *opción gráfica* para graficar los resultados. La capacidad de construcción de modelos y solución de problemas del IHT facilita la aplicación de las metodologías que se presentan en el texto, así como la ejecución de problemas de *diseño* y del tipo conjetural de *qué sucedería si*.

Los modelos accesibles desde el preprocesador están contenidos en seis diferentes *módulos*, cada uno de los cuales tiene uno o más modelos. Los **módulos** y *modelos* relacionados, siguiendo el orden en que aparecen en el texto, son los siguientes.

1. Primera ley: balances de energía de estado estable para

• *geometrías isotérmicas planas*, *cilíndricas* y *esféricas con efectos multimodales*;

• *paredes planas no isotérmicas* con efectos multimodales;

• *flujo por un banco de tubos*;

• *flujo por un tubo*.

2. Redes de resistencia térmica: constructor y solucionador (solver) de circuitos térmicos para

• *conducción unidimensional en paredes planas*, *cilíndricas* y *esféricas en condiciones de superficie convectivas* y/o *radiativas*.

3. Conducción unidimensional de estado estable: distribuciones de temperatura y transferencia de calor con o sin generación uniforme de energía para

• *conducción unidimensional en geometrías planas*, cilíndricas y *esféricas con condiciones de frontera de la primera*, *segunda* o *tercera clase*.

4. Superficies extendidas: modelos para

• *distribuciones de temperatura* y *transferencia de calor en una aleta rectangular recta o en forma de alfiler*;

• *desempeño de una aleta rectangular recta, en forma de alfiler, triangular o parabólica y de una aleta circular de perfil rectangular*,'

• *desempeño de arreglos de aletas rectas de alfiler y circulares*.

5. Resistencia interna despreciable: constructor de modelos para

• *respuesta transitoria de sistemas isotérmicos espaciales en condiciones de superficie de radiación* y/o *convección*, *con o sin generación de energía*.

6. Conducción transitoria: modelos para conducción transitoria unidimensional en

• *geometrías finitas planas*, *cilíndricas* y *esféricas*;

• *sólidos semiinfinitos*.

Aumenta la capacidad de construcción de modelos y de solución de problemas con las características de los siguientes **grupos de herramientas** y *funciones* relacionadas.

1. Ecuaciones de flujo: ecuaciones básicas de flujo para

• *conducción en estado estable* (paredes planas, cilíndricas y esféricas);

• *convección* (superficies planas, cilíndricas y esféricas);

• *radiación* (superficies planas, cilíndricas y esféricas).

2. Resistencias térmicas: expresiones para

• *conducción* (paredes planas, cilíndricas y esféricas);

• *convección* (superficies planas, cilíndricas y esféricas);

• *radiación* (superficies planas, cilíndricas y esféricas).

3. Ecuaciones de diferencia finita: formas estándar de ecuaciones de diferencia finita para

• *sistemas unidimensionales transitorios y en estado estable*;

• *sistemas bidimensionales transitorios y en estado estable*.

4. Correlaciones de convección: ecuaciones de correlación para

• *convección forzada externa* (placa plana, cilindro, esfera, banco de tubos);

• *convección forzada interna*;

• *convección libre* (placas verticales y horizontales, sistemas radiales);

• *ebullición* (nucleada, de película y de transferencia de calor máximo y mínimo);

• *condensación de película* (placa vertical, sistemas radiales).

5. Intercambiadores de calor: relaciones de efectividad NUT para diseño y rendimiento de

• tubos concéntricos, *configuraciones de coraza y tubo* y *de flujo cruzado*.

6. Intercambio por radiación: expresiones estándar para calcular

• *funciones de cuerpo negro* (factores de intensidad espectral, potencia emisiva y emisión de banda);

• *factores de forma* (relaciones y fórmulas);

• *intercambio por radiación en un recinto*.

7. Propiedades: dependencia de temperatura de propiedades termofísicas para materiales escogidos como

• *sólidos* (aluminio 2024, acero inoxidable 302, cobre, nitruro de silicio);

• *líquidos* (agua, aceite lubricante, etilenglicol, R12, R113);

• *gases*/*vapores* (aire, agua, helio, R12, R113).

Los usuarios del programa IHT deben entender que no se trata de una colección de modelos resueltos previamente para ejercicios con diferentes condiciones de entrada. Más bien es una herramienta de productividad que facilita la construcción y solución de modelos para la amplia variedad de problemas de transferencia de calor que abarca este texto. La construcción se facilita con la capacidad para arrastrar material de cualquiera de los módulos y herramientas al área de trabajo y, como se requiere para completar el modelo, introducir ecuaciones adicionales desde el teclado. Por ejemplo, si se desea utilizar el método de resistencia interna despreciable (capítulo 5) para determinar la respuesta térmica transitoria de un sólido que se enfría mediante convección libre

y radiación, el modelo apropiado se generaría combinando características del módulo 5 y de las herramientas 1, 4 y 7. Alternativamente, el balance de energía apropiado, y las ecuaciones o modelos de transferencia de calor, correlaciones y propiedades se introducirían desde el teclado. El solucionador serviría después para calcular la historia de temperatura deseada, así como para evaluar y trazar gráficas de los efectos de las variaciones de los parámetros apropiados. Para facilitar su uso, el software también incluye un tutorial, ejemplos resueltos y opciones para ayuda en línea.

A fin de minimizar las frustraciones asociadas con la *obtención de resultados incorrectos a partir de un modelo incorrecto*, muchos de los problemas abiertos de este texto aparecen como extensiones a problemas de una sola solución. De esta forma los estudiantes pueden primero elaborar y probar su modelo bajo condiciones prescritas para las que sólo hay una respuesta. Una vez establecida la confianza en la validez de su modelo, pueden usar entonces IHT (o algún otro solucionador) para llevar a cabo cálculos paramétricos desde los que es posible determinar los diseños o las condiciones de operación óptimos. Estos problemas se identifican por tener encerrada su parte exploratoria con un rectángulo, por ejemplo, (b), (c) o (d). Esta característica también permite a los instructores tratar la transferencia de calor sin el uso de computadoras para aprovechar la riqueza de estos problemas incluso asignando todas las porciones excepto las realzadas. Los problemas para los que el número mismo está resaltado, como por ejemplo 1.18, deben resolverse con computadora.

Respecto al uso de IHT como una *herramienta de productividad*, se recomienda que se solicite a los estudiantes que elaboren sus modelos en papel y hagan cálculos manuales limitados antes de recurrir al software para consideraciones de diseño y exploración. Una vez que los estudiantes dominan los conceptos de transferencia de calor y se familiarizan con el software, están habilitados para tratar con muchas de las complejidades asociadas con el comportamiento de sistemas térmicos reales. En relación con el uso del IHT como *herramienta de aprendizaje*, el contenido y jerarquía del software refuerza la asimilación subsecuente y la aplicación de los fundamentos de transferencia de calor que se tratan en el texto.

En los preparativos de esta edición influyeron también los resultados de un cuestionario con el que se procuró obtener retroalimentación en cuatro temas principales: ¿es demasiado largo el texto?; ¿hay un balance satisfactorio entre los tratamientos de la ciencia y la práctica de la transferencia de calor?; ¿se debe acoplar un paquete de software al texto?; y ¿cuál es un balance apropiado entre problemas de final de capítulo cerrados y abiertos?

Como sólo 18 por ciento de los 310 que respondieron consideraron que el texto era demasiado largo, no se hizo intento de reducirlo. Se agregó una cantidad limitada de material nuevo para mejorar los tratamientos de varios temas (la primera ley; conducción en estado estable unidimensional con generación interna; superficies extendidas; cuerpos semiinfinitos), pero en cada caso con poco efecto sobre la longitud total del texto. Aunque los que respondieron consideraron que el libro tenía buen equilibrio entre fundamentos y aplicaciones, se recomendó que la nueva edición incluyera más problemas abiertos de propósito orientado (aproximadamente 25 por ciento del total) y que se recomendara software de simulación para acelerar el proceso de solución. Como se explicó en párrafos anteriores, respondimos a ambas sugerencias.

Estamos en deuda con muchos de nuestros colegas de Purdue y con todos los que aportaron las sugerencias e ideas que no en poco contribuyeron a la producción de este texto. Siempre procuramos estar conscientes de las necesidades y dificultades de aprendizaje de los estudiantes, y agradecemos a todos los alumnos de Purdue y de otros lugares, que proporcionaron un refuerzo positivo a nuestra tarea.

West Lafayette, Indiana

Frank E Incropera (fpi@ecn.purdue.edu)
David P. DeWitt (dpd@ecn.purdue.edu)

Contenido

Símbolos 12

CAPÍTULO **1** 18

Introducción 19

1.1 ¿Qué y cómo? 19

1.2 Orígenes físicos y modelos 20

1.2.1 Conducción 20

1.2.2 Convección 22

1.2.3 Radiación 25

1.2.4 Relación con la termodinámica 28

1.3 Requerimiento de conservación de la energía 29

1.3.1 Conservación de la energía para un volumen de control 29

1.3.2 Balance de energía en una superficie 35

1.3.3 Aplicación de las leyes de conservación: metodología 37

1.4 Análisis de problemas de transferencia de calor: metodología 37

1.5 Relevancia de la transferencia de calor 40

1.6 Unidades y dimensiones 40

1.7 Resumen 43

Problemas 44

CAPÍTULO **2**

Introducción a la conducción 61

2.1 El modelo para la conducción 62

2.2 Propiedades térmicas de la materia 64

2.2.1 Conductividad térmica 64

2.2.2 Otras propiedades relevantes 67

2.3 Ecuación de difusión de calor 69

2.4 Condiciones iniciales y de frontera 75

2.5 Resumen 78

Bibliografía 78

Problemas 78

CAPÍTULO **3**

Conducción unidimensional de estado estable 91

3.1 La pared plana 92

3.1.1 Distribución de temperatura 92

3.1.2 Resistencia térmica 94

3.1.3 Pared compuesta 95

3.1.4 Resistencia de contacto 96
3.2 Análisis de conducción alternativa 102
3.3 Sistemas radiales 105
3.3.1 El cilindro 105
3.3.2 La esfera 110
3.4 Resumen de resultados de la conducción unidimensional 112
3.5 Conducción con generación de energía térmica 113
3.5.1 La pared plana 114
3.5.2 Sistemas radiales 118
3.5.3 Aplicación de los conceptos de resistencia 122
3.6 Transferencia de calor en superficies extendidas 122
3.6.1 Análisis de conducción general 124
3.6.2 Aletas de área de sección transversal uniforme 125
3.6.3 Desempeño de una aleta 130
3.6.4 Aletas de área de sección transversal no uniforme 133
3.6.5 Eficiencia global de la superficie 136
3.7 Resumen 142
Bibliografía 142
Problemas 142

Símbolos

A	área, m^2
A_c	área de la sección transversal, m^2
A_{ff}	área de flujo libre en la coraza de un intercambiador de calor compacto (área de sección transversal mínima disponible para flujo a través de la coraza), m^2
A_{fr}	área frontal de un intercambiador de calor, m^2
A_p	área de la superficie principal (sin aletas), m^2
A_r	razón de área de boquilla
A_s	área superficial, m^2
a	aceleración, m/s^2
B_i	número de Biot
Bo	número de Bond
C	concentración molar, $kmol/m^3$; capacidad de flujo de calor, W/K
C_D	coeficiente de arrastre
C_f	coeficiente de fricción
C_t	capacitancia térmica, J/K
c	calor específico, J/kg·K; velocidad de la luz, m/s
c_p	calor específico a presión constante, J/kg·K
c_v	calor especifico a volumen constante, J/kg·K
D	diámetro, m
D_{AB}	coeficiente binario de difusión de masa , m^2/s
D_h	diámetro hidráulico, m
E	energía interna térmica (sensible), J; potencial eléctrico, V; potencia emisiva, W/m^2
Ec	número de Eckert
$\dot{E}_g$	generación de energía, W
$\dot{E}_{entrada}$	transferencia de energía que entra a un volumen de control, W
$\dot{E}_{salida}$	transferencia de energía que sale de un volumen de control, W
$\dot{E}_{alm}$	incremento de la energía almacenada dentro de un volumen de control, W
e	energía térmica interna por unidad de masa, J/kg; rugosidad de superficie, m
F	fuerza, N; factor de corrección para un intercambiador de calor; fracción de radiación de cuerpo negro en una banda de longitud de onda; factor de forma
Fo	número de Fourier
f	factor de fricción; variable de similitud
G	irradiación, W/m^2; velocidad de masa, $kg/s{\cdot}m^2$
Gr	número de Grashof

Gz	número de Graetz
g	aceleración gravitacional, m/s^2
g_c	constante gravitacional, 1 $kg \cdot m/N \cdot s^2$ o 32.17 $pies \cdot lb_m/lb_f \cdot s^2$
H	altura de boquilla, m
h	coeficiente de transferencia de calor por convección, $W/m^2 \cdot K$; constante de Planck
h_{fg}	calor latente de evaporación, J/kg
h_m	coeficiente de transferencia de masa por convección, m/s
h_{rad}	coeficiente de transferencia de calor por radiación, $W/m^2 \cdot K$
I	corriente eléctrica, A; intensidad de radiación, $W/m^2 \cdot sr$
i	densidad de corriente eléctrica, A/m^2; entalpía por unidad de masa, J/kg
J	radiosidad, W/m^2
Ja	número de Jacob; flujo molar difusivo de la especie i con relación a la velocidad promedio molar de la mezcla, $kmol/s \cdot m^2$
j_i	flujo de masa difusivo de la especie i con relación a la velocidad promedio de masa de la mezcla, $kg/s \cdot s^2$
j_H	factor j de Colburn para transferencia de calor
j_m	factor j de Colburn para transferencia de masa
k	conductividad térmica, $W/m \cdot K$; constante de Boltzmann
k_0	constante de rapidez de reacción homogénea de orden cero, $kmol/s \cdot m^3$
k_1	constante de rapidez de reacción homogénea de primer orden, s^{-1}
k_1''	constante de rapidez de reacción homogénea de primer orden, m/s
L	longitud característica, m
Le	número de Lewis
M	masa, kg; número de bandas de transferencia de calor en una gráfica de flujo; recíproco del número de Fourier para soluciones en diferencias finitas
$\dot{M}_i$	transferencia de masa para la especie i, kg/s
$\dot{M}_{i,g}$	incremento de masa de la especie i debido a reacciones químicas, kg/s
$\dot{M}_{\text{entrada}}$	entrada de masa a un volumen de control, kg/s
$\dot{M}_{\text{salida}}$	salida de masa de un volumen de control, kg/s
$\dot{M}_{\text{st}}$	aumento de la masa almacenada dentro de un volumen de control, kg/s
M_i	peso molecular de la especie i, kg/mol
m	masa, kg
$\dot{m}$	flujo másico, kg/s
m_i	fracción de masa de la especie i, ρ_i/ρ

N	número de incrementos de temperatura en una gráfica de flujo; número total de tubos en un banco de tubos; número de superficies en un recinto
Nu	número de Nüsselt
NUT	número de unidades de transferencia
N_i	transferencia molar de la especie i con relación a coordenadas fijas, kmol/s
N_i''	flujo molar de la especie *i* con relación a coordenadas fijas, kmol/s·m^2
$\dot{N}_i$	aumento de la especie *i* por unidad de volumen debido a reacciones Químicas, kmol/s·m^3
$\dot{N}_i''$	reacción superficial de la especie *i*, kmol/s·m^2
n_i''	flujo másico de la especie *i* con relación a coordenadas fijas, kg/s·m^2
$\dot{n}_i$	aumento de masa de la especie *i* por unidad de volumen debido a reacciones químicas, kg/s·m^3
N_L, N_T	número de tubos en la dirección longitudinal y transversal
P_L, P_T	separación adimensional longitudinal y transversal de un banco de tubos
P	perímetro, m; designación de la propiedad general de un fluido
Pe	número de Peclet ($RePr$)
Pr	número de Prandtl
p	presión, N/m^2
Q	transferencia de energía, J
q	transferencia de calor, W
$\dot{q}$	generación de energía por unidad de volumen, W/m^3
q'	transferencia de calor por unidad de longitud, W/m
q''	flujo de calor, W/m^2
R	radio cilíndrico, m
$\mathfrak{R}$	constante universal de los gases
Ra	número de Rayleigh
Re	número de Reynolds
R_e	resistencia eléctrica, Ω
R_f	factor de impureza, m^2·K/W
R_m	resistencia de transferencia de masa, s/m^3
$R_{m,\,n}$	residuo para el punto nodal *m*, *n*
R_t	resistencia térmica, K/W
$R_{t,\,c}$	resistencia térmica de contacto, K/W
$R_{t,\,f}$	resistencia térmica de una aleta, K/W
$R_{t,\,0}$	resistencia térmica de un arreglo de aletas, K/W
r_0	radio de cilindro o esfera, m

r, ϕ, z	coordenadas cilíndricas
r, θ, ϕ	coordenadas esféricas
S	solubilidad, kmol/m^3·atm; factor de forma para conducción bidimensional, m; separación de boquilla; espaciamiento de placa, m
S_c	constante solar
Sc	número de Schmidt
Sh	número de Sherwood
St	número de Stanton
S_D, S_L, S_T	separación diagonal, longitudinal y transversal de un banco de tubos, m
T	temperatura, K
t	tiempo, s
U	coeficiente global de transferencia de calor, W/m^2·K; energía interna, J
u, v, w	componentes de la velocidad promedio de flujo de masa, m/s
u^*, v^*, w^*	componentes de la velocidad molar promedio, m/s
V	volumen, m^3; velocidad de fluido, m/s
v	volumen específico, m^3/kg
W	ancho de abertura de una boquilla, m
$\dot{W}$	tasa a la que se realiza trabajo, W
We	número de Weber
X, Y, Z	componentes de la fuerza de cuerpo por unidad de volumen, N/m^3
x, y, z	coordenadas rectangulares, m
x_c	posición crítica para la transición a turbulencia, m
$x_{\text{fd}, c}$	longitud de entrada de concentración, m
$x_{\text{fd}, h}$	longitud de entrada hidrodinámica, m
$x_{\text{fd}, t}$	longitud de entrada térmica, m
x_i	fracción de mol de la especie i, C_i/C

Letras griegas

α	difusividad térmica, m^2/s; área de la superficie de un intercambiador de calor por unidad de volumen, m^2/m^3; absorbencia (o absortividad)
β	coeficiente de expansión térmica volumétrica, K^{-1}
Γ	flujo de masa por unidad de anchura en condensación de película, kg/s·m
δ	espesor de capa límite hidrodinámica, m
δ_c	espesor de capa límite de concentración, m
δ_t	espesor de capa límite térmica, m
ε	emisividad; porosidad de un lecho empacado; efectividad de un intercambiador de calor
ε_f	efectividad de una aleta

ε_H difusividad turbulenta para transferencia de calor, m^2/s

ε_M difusividad turbulenta para transferencia de momento, m^2/s

ε_m difusividad turbulenta para transferencia de masa, m^2/s

η variable de similitud

η_f eficiencia de una aleta

η_0 eficiencia de un arreglo de aletas

θ ángulo cenital, rad; diferencia de temperaturas, K

κ coeficiente de absorción, m

λ longitud de onda, μm

μ viscosidad dinámica, kg/s·m

ν viscosidad cinemática, m^2/s; frecuencia de radiación, s^{-1}

ρ densidad de masa, kg/m^3; reflectividad

σ constante de Stefan-Boltzmann; conductividad eléctrica, $1/\Omega \cdot m$; esfuerzo viscoso normal, N/m^2; tensión superficial, N/m; razón del área de la sección transversal mínima al área frontal del intercambiador de calor

Φ función de disipación viscosa, s^{-2}

ϕ ángulo acimutal, rad

ψ función de corriente, m^2/s

τ esfuerzo cortante, N/m^2; transmisividad

ω ángulo sólido, sr

Subíndices

A, B especies en una mezcla binaria

abs absorbido

am media aritmética

b base de una superficie extendida; cuerpo negro

c sección transversal; concentración; fluido frío

cr espesor crítico de aislamiento

cond conducción

conv convección

CF contraflujo

D diámetro; arrastre

dif difusión

e exceso; emisión

evap vaporización

f propiedades de fluido; condiciones de aleta; condiciones de líquido saturado

fd condiciones completamente desarrolladas

g	condiciones de vapor saturado
H	condiciones de transferencia de calor
h	hidrodinámico; fluido caliente
i	denominación general de especies; superficie interna de un anillo; condición inicial; condición de entrada de tubo; radiación incidente
L	basado en la longitud característica
l	condiciones de líquido saturado
lat	energía latente
lm	condición media logarítmica
M	condición de transferencia de momento
m	condición de transferencia de masa; valor medio en una sección transversal de un tubo
max	velocidad máxima de fluido
o	condición central o de medio plano; condición de salida de tubo; exterior
R	superficie rerradiante
r, ref	radiación reflejada
rad	radiación
S	condiciones solares
s	condiciones de superficie; propiedades de sólido
sat	condiciones saturadas
sky	condiciones de cielo
sur	alrededores
t	térmico
tr	transmitido
v	condiciones de vapor saturado
x	condiciones locales sobre una superficie
λ	espectral
∞	condiciones de corriente libre

Superíndices

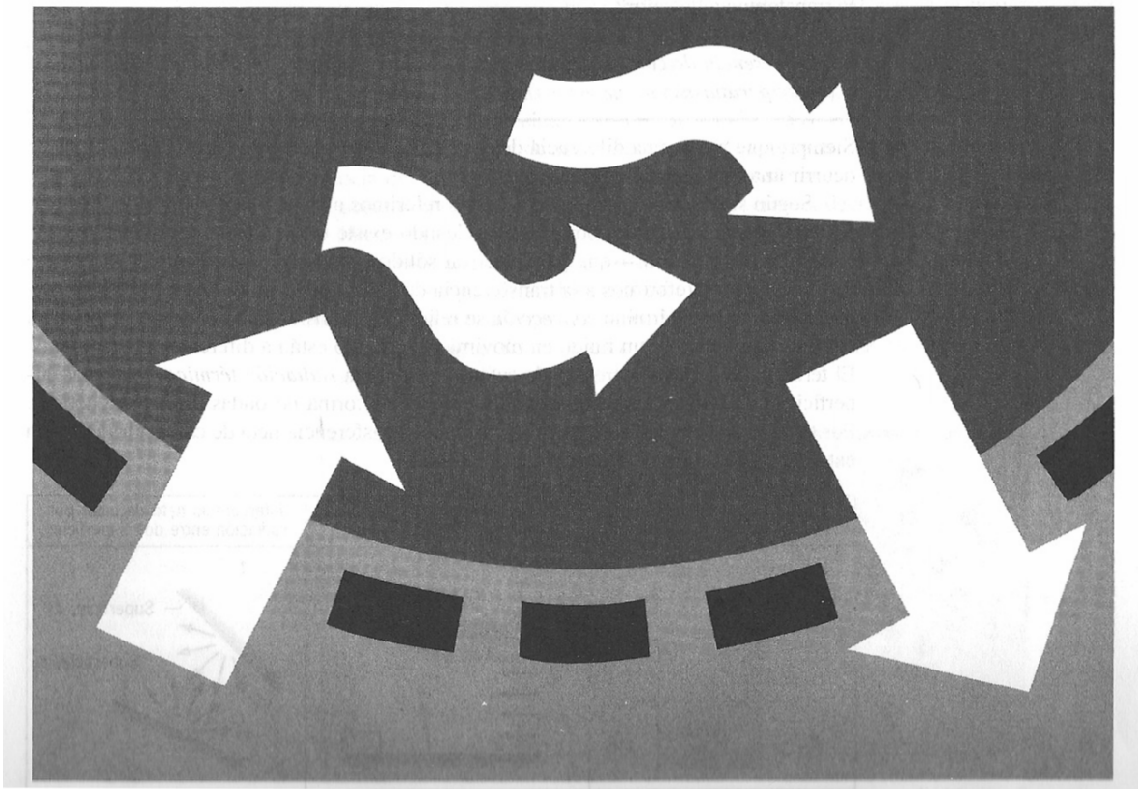
′	cantidad fluctuante
*	promedio molar; cantidad sin dimensiones

Barra superior

‾	condiciones promedio de superficie; media temporal

CAPÍTULO 1

Introducción



Introducción

Del estudio de la termodinámica usted aprendió que la energía se puede transferir mediante las interacciones de un sistema con su alrededor. Estas interacciones se denominan trabajo y calor. Sin embargo, la termodinámica trata de los estados finales del proceso durante el cual ocurre una interacción y no proporciona información alguna con respecto a la naturaleza de esta interacción o la rapidez con la que ésta se produce.

El objetivo de este texto es ampliar el análisis termodinámico a través del estudio de los *modos* de transferencia de calor y por medio del desarrollo de relaciones matemáticas para calcular *velocidades* de transferencia de calor. En este capítulo sentamos las bases de gran parte del material que se trata en el texto. Lo hacemos formulando varias preguntas. ¿*Qué es la transferencia de calor*? ¿*Cómo se transfiere éste*? ¿*Por qué es importante su estudio*? Al contestar a estas preguntas, comenzaremos a valorar los mecanismos físicos que son el fundamento de los procesos de transferencia de calor y la relevancia de estos procesos para los problemas industriales y ambientales.

1.1

¿Qué y cómo?

Una definición sencilla, aunque general, da respuesta suficiente a la pregunta: ¿Qué es la transferencia de calor?

Transferencia de calor (o calor) es la energía en tránsito debido a una diferencia de temperaturas.

Siempre que exista una diferencia de temperaturas en un cuerpo o entre cuerpos, debe ocurrir una transferencia de calor.

Según se muestra en la figura 1.1, nos referimos a los diferentes tipos de procesos de transferencia de calor como *modos*. Cuando existe un gradiente de temperatura en un medio estacionario — que puede ser un sólido o un fluido — utilizamos el término *conducción* para referimos a la transferencia de calor que se producirá a través del medio. En cambio, el término *convección* se refiere a la transferencia de calor que ocurrirá entre una superficie y un fluido en movimiento cuando están a diferentes temperaturas. El tercer modo de transferencia de calor se denomina *radiación térmica*. Todas las superficies con temperatura finita emiten energía en forma de ondas electromagnéticas. Por tanto, en ausencia de un medio, existe una transferencia neta de calor por radiación entre dos superficies a diferentes temperaturas.

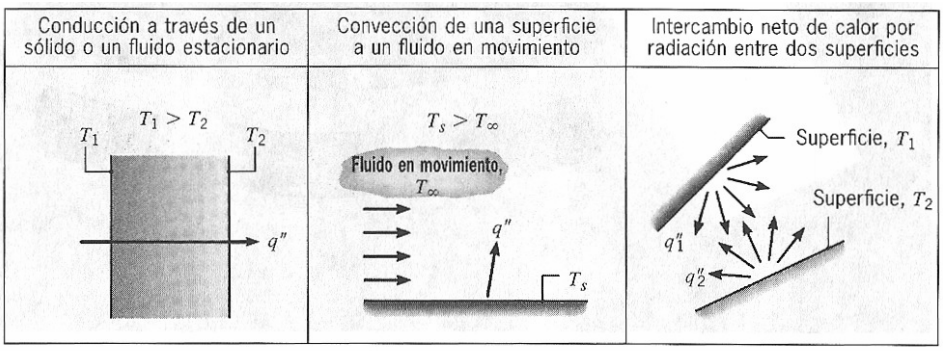


FIGURA 1.1 Modos de transferencia de calor: conducción, convección y radiación.

1.2

Orígenes físicos y modelos

Como ingenieros es importante que entendamos los mecanismos físicos que sirven de base a los modos de transferencia de calor y seamos capaces de usar los modelos que proporcionan la cantidad de energía que se transfiere por unidad de tiempo.

1.2.1 Conducción

A la mención de la palabra *conducción* debemos evocar de inmediato conceptos de actividad atómica y molecular, pues hay procesos en estos niveles que sustentan este modo de transferencia de calor. La conducción se considera como la transferencia de energía de las partículas más energéticas a las menos energéticas de una sustancia debido a las interacciones entre las mismas.

El mecanismo físico de conducción se explica más fácilmente considerando un gas y usando ideas que le sean familiares, propias de su experiencia en termodinámica. Piense en un gas en el que existe un gradiente de temperatura y suponga que no hay movimiento global. El gas puede ocupar el espacio entre dos superficies que se mantienen a diferentes temperaturas, como se muestra en la figura 1.2. Asociamos la temperatura en cualquier punto con la energía de las moléculas del gas en la proximidad del punto. Esta energía está relacionada con el movimiento traslacional aleatorio, así como con los movimientos internos de rotación y vibración de las moléculas.

Las temperaturas más altas se asocian con las energías moleculares más altas y, cuando las moléculas vecinas chocan, como lo hacen constantemente, debe ocurrir una transferencia de energía de las moléculas más energéticas a las menos energéticas. En presencia de un gradiente de temperatura, la transferencia de energía por conducción debe ocurrir entonces en la dirección de la temperatura decreciente. Esta transferencia es evidente en la figura 1.2. Las moléculas, procedentes de arriba y de abajo, cruzan constantemente el plano hipotético en x_0 gracias a su movimiento *aleatorio*. Sin embargo, las moléculas de arriba están asociadas con una temperatura mayor que la que tienen las de abajo, en cuyo caso debe haber una transferencia neta de energía en la dirección positiva de x. Se habla de la transferencia neta de energía debida al movimiento molecular aleatorio como una difusión de energía.

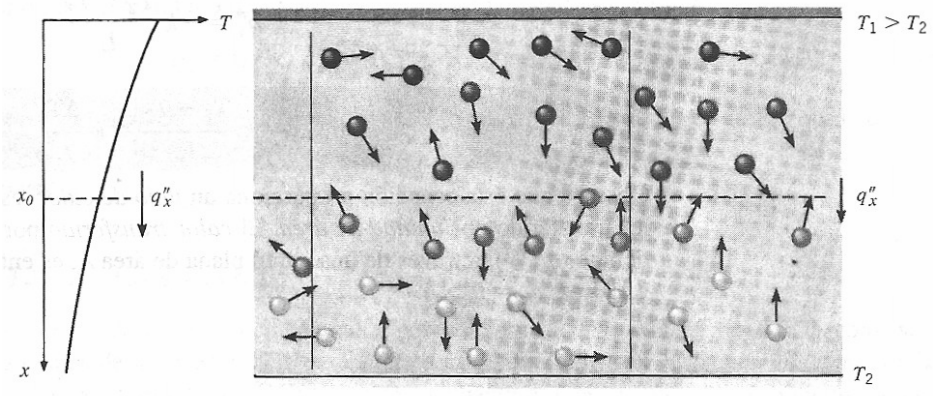


FIGURA 1.2 Asociación de la transferencia de calor por conducción con la difusión de energía debida a la actividad molecular.

La situación es muy similar en los líquidos, aunque las moléculas están menos espaciadas y las interacciones moleculares son más fuertes y frecuentes. De igual manera, en un sólido, la conducción se atribuye a la actividad atómica en forma de vibraciones reticulares. El punto de vista moderno es atribuir la transferencia de energía a *ondas reticulares* inducidas por el movimiento atómico. En un no conductor, la transferencia de energía se da exclusivamente por la vía de estas ondas reticulares; en un conductor, la transferencia de energía también se debe al movimiento de traslación de los electrones libres. Las importantes propiedades asociadas con los fenómenos de la con-

ducción se analizan en el capítulo 2 y en el apéndice A.

Los ejemplos de transferencia de calor por conducción son innumerables. El extremo expuesto de una cuchara metálica introducida súbitamente en una taza de café caliente se calentará debido a la conducción de energía a través de la cuchara. En un día invernal hay una pérdida significativa de energía de una habitación caliente hacia el exterior; esta pérdida se debe principalmente a la transferencia de calor por conducción a través de la pared que separa el aire de la habitación del aire exterior.

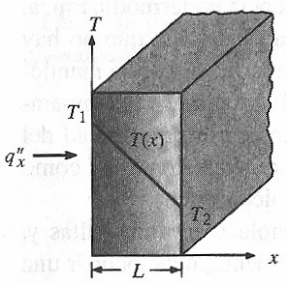


FIGURA 1.3
Transferencia unidimensional de calor por conducción (difusión de energía).

Es posible cuantificar los procesos de transferencia de calor en términos de las *ecuaciones* o *modelos apropiados*. Estas ecuaciones o modelos sirven para calcular la cantidad de energía que se transfiere por unidad de tiempo. Para la conducción de calor, la ecuación o modelo se conoce como *ley de Fourier*. Para la pared plana unidimensional que se muestra en la figura 1.3, la cual tiene una distribución de temperatura $T(x)$, la ecuación o modelo se expresa como

$$q''_x = -k\frac{dT}{dx} \tag{1.1}$$

El *flujo de calor* o *transferencia de calor por unidad de área* q''_x (W/m^2) es la velocidad con que se transfiere el calor en la dirección x por área unitaria *perpendicular* a la dirección de transferencia, y es proporcional al gradiente de temperatura, dT/dx en esta dirección. La constante de proporcionalidad, k, es una propiedad de *transporte* conocida como *conductividad térmica* (W/m·K) y es una característica del material de la pared. El signo menos es una consecuencia del hecho de que el calor se transfiere en la dirección de la temperatura decreciente. En las condiciones de estado estable que se muestran en la figura 1.3, donde la distribución de temperatura es lineal, el gradiente de temperatura se expresa como

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T_2 - T_1}{L}$$

y el flujo de calor entonces es

$$q''_x = -k\frac{T_2 - T_1}{L}$$

o

$$q''_x = k\frac{T_1 - T_2}{L} = k\frac{\Delta T}{L} \tag{1.2}$$

Observe que esta ecuación proporciona un *flujo de calor*, es decir, la velocidad del calor transferido por *unidad de área*. El calor transferido por conducción por unidad de tiempo, q_x(W), a través de una pared plana de área A, es entonces el producto del flujo y el área, $q_x = q''_x \cdot A$.

EJEMPLO 1.1

La pared de un horno industrial se construye con ladrillo de arcilla refractaria de 0.15 m de espesor que tiene una conductividad térmica de 1.7 W/m·K. Mediciones realizadas durante la operación en estado estable revelan temperaturas de 1400 y 1150 K en las superficies interna y externa, respectivamente. ¿Cuál es la velocidad de pérdida de calor

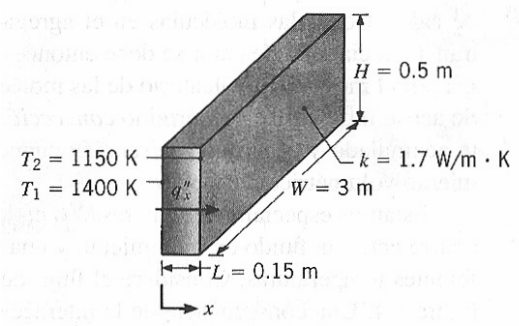
a través de una pared que tiene 0.5 m por 3 m de lado?

SOLUCIÓN

Se conoce: Condiciones de estado estable con espesor de pared, área, conductividad térmica y temperaturas superficiales preestablecidas.

Encontrar: Pérdida de calor por la pared.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.

2. Conducción unidimensional a través de la pared.

3. Conductividad térmica constante.

Análisis: Como la transferencia de calor a través de la pared se realiza por conducción, el flujo de calor se determina a partir de la ley de Fourier. Al usar la ecuación 1.2, tenemos

$$q''_x = k\frac{\Delta T}{L} = 1.7\,\tfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}\cdot\mathrm{K}} \times \frac{250\,K}{0.15\,\mathrm{m}} = 2833\,\tfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

El flujo de calor representa la velocidad de transferencia de calor a través de una sección de área unitaria. La pérdida de calor de la pared es entonces

$$q_x = (H\,W)\,q''_x = (0.5\,\mathrm{m} \times 0.3\,\mathrm{m})\,2833\,\tfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} = 4250\,\mathrm{W}$$

Comentarios: Note la dirección del flujo de calor y la distinción entre flujo de calor y velocidad de transferencia de calor.

1.2.2 Convección

El *modo* de transferencia de calor por convección se compone de *dos mecanismos*. Además de la transferencia de energía debida al *movimiento molecular aleatorio* (*difusión*), la energía también se transfiere mediante el *movimiento global*, o *macroscópico* del fluido. El movimiento del fluido se asocia con el hecho de que, en cualquier instante, grandes números de moléculas se mueven de forma colectiva o como agregados. Tal movimiento, en presencia de un gradiente de temperatura, contribuye a la transferencia de calor. Como las moléculas en el agregado mantienen su movimiento aleatorio, la transferencia total de calor se debe entonces a una superposición de transporte de energía por el movimiento aleatorio de las moléculas y por el movimiento global del fluido. Se acostumbra utilizar el término *convección* cuando se hace referencia a este transporte acumulado y el término *advección* cuando se habla del transporte debido al movimiento volumétrico del fluido.

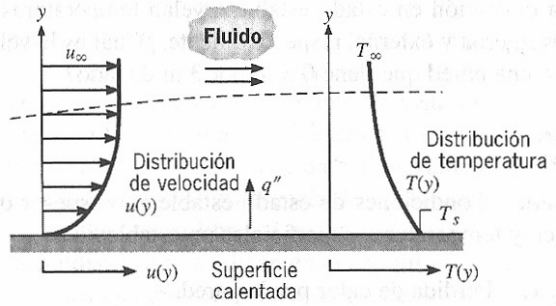


FIGURA 1.4
Desarrollo de la capa límite en la transferencia de calor por convección.

Estamos especialmente interesados en la transferencia de calor por convección que ocurre entre un fluido en movimiento y una superficie limitante cuando éstos tienen diferentes temperaturas. Considere el flujo del fluido sobre la superficie calentada de la figura 1.4. Una consecuencia de la interacción fluido—superficie es el desarrollo de una región en el fluido en la que la velocidad varía de cero en la superficie a un valor finito u_∞ asociado con el flujo. Esta región del fluido se conoce como *capa límite hidrodinámica* o *de velocidad*. Más aún, si las temperaturas de la superficie y del fluido difieren, habrá una región del fluido a través de la cual la temperatura varía de T_s en $y = 0$ a T_∞ en el flujo exterior. Esta región, denominada capa límite térmica, puede ser más pequeña, más grande o del mismo tamaño que aquella en la que varía la velocidad. En cualquier caso, si $T_s > T_\infty$ ocurrirá la transferencia de calor por convección entre la superficie y el flujo exterior.

El modo de transferencia de calor por convección se sustenta tanto en el movimiento molecular aleatorio como en el movimiento volumétrico del fluido en la capa límite. La contribución debida al movimiento molecular aleatorio (difusión) domina cerca de la superficie donde la velocidad del fluido es baja. De hecho, en la interfaz entre la superficie y el fluido ($y = 0$), la velocidad del fluido es cero y el calor se transfiere sólo por este mecanismo. La contribución debida al movimiento volumétrico del fluido se origina del hecho de que la capa límite *crece* a medida que el flujo avanza en la dirección x. En efecto, el calor que se conduce en esta capa es arrastrado corriente abajo y finalmente se transfiere al fluido fuera de la capa límite. La apreciación de los fenómenos de la capa límite es esencial para la comprensión de la transferencia de calor por convección. Es por esta razón que la disciplina de la mecánica de fluidos desempeñará un papel vital en nuestro análisis posterior de la convección.

La transferencia de calor por convección se clasifica de acuerdo con la naturaleza del flujo. Hablamos de *convección forzada* cuando el flujo es causado por medios externos, como un ventilador, una bomba o vientos atmosféricos. Como ejemplo, considérese el uso de un ventilador para proporcionar enfriamiento por aire mediante convección forzada de los componentes eléctricos calientes sobre un arreglo de tarjetas de circuitos impresos (figura l.5a). En cambio, en la convección libre (o natural) el flujo es inducido por fuerzas de empuje que surgen a partir de diferencias de densidad ocasionadas por variaciones de temperatura en el fluido. Un ejemplo es la transferencia de calor por convección libre, que ocurre a partir de componentes calientes sobre un arreglo vertical de tarjetas de circuitos en aire inmóvil (figura 1.5b).

El aire que hace contacto con los componentes experimenta un aumento de temperatura y, en consecuencia, una reducción en su densidad. Como ahora es más ligero que el aire de los alrededores, las fuerzas de empuje inducen un movimiento vertical por el que el aire caliente que asciende de las tarjetas es reemplazado por un flujo de entrada de aire ambiental más frío.

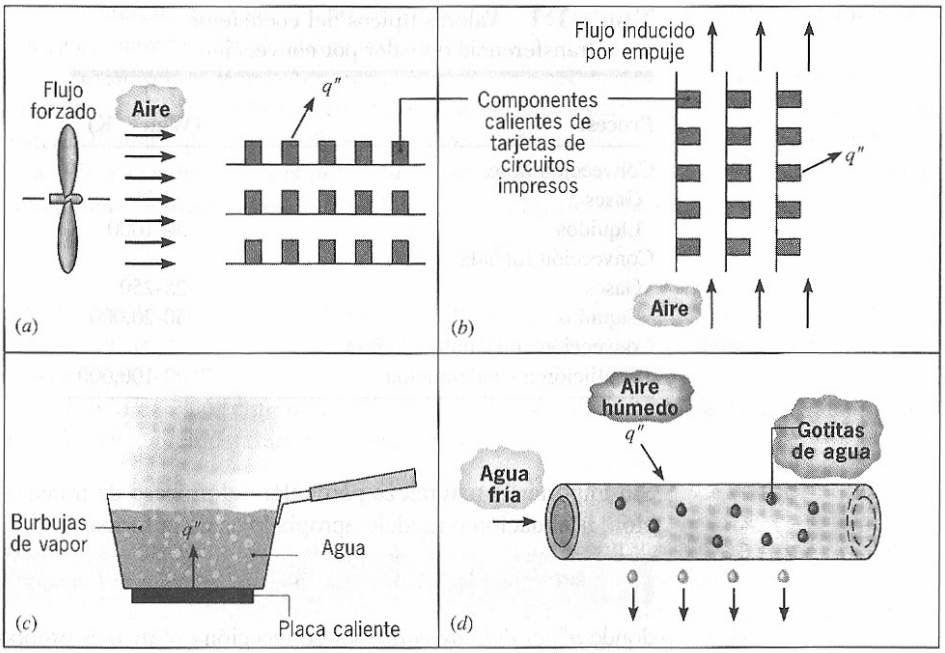


FIGURA 1.5 Procesos de transferencia de calor por convección. (*a*) Convección forzada. (*b*) Convección natural. (*c*) Ebullición. (*d*) Condensación.

Aunque supusimos convección *forzada pura* en la figura 1.5a y convección *natural pura* en la figura 1.5b, pueden existir las condiciones correspondientes a *convección mezclada* (*combinada*) *forzada* y *convección natural*. Por ejemplo, si las velocidades asociadas con el flujo de la figura 1.5a son pequeñas y/o las fuerzas de empuje son grandes, sería posible inducir un flujo secundario comparable al flujo forzado impuesto. El flujo de empuje inducido sería normal para el flujo forzado y tendría un efecto significativo sobre la transferencia de calor por convección a partir de los componentes. En la figura 1.5b habría convección mezclada si se usara un ventilador para forzar aire hacia arriba a través de las tarjetas de circuitos, ayudando con ello al flujo de empuje, o hacia abajo, oponiéndose a dicho flujo.

Hemos descrito el modo de transferencia de calor por convección como la transferencia de energía que ocurre dentro de un fluido debido a los efectos combinados de conducción y movimiento global del fluido. Por lo general, la energía que se transfiere es la energía *sensible* o energía térmica interna del fluido. Sin embargo, hay procesos de convección en los que existe, además, intercambio de calor *latente*. Éste generalmente se asocia con un cambio de fase entre los estados líquido y vapor del fluido. Dos casos especiales de interés en este texto son la *ebullición* y la *condensación*. Por ejemplo, la transferencia de calor por convección resulta del movimiento de fluido inducido por las burbujas de vapor generadas en el fondo de una cacerola en la que se está hirviendo agua (figura 1.5c) o por la condensación de vapor de agua sobre la superficie externa de una tubería de agua fría (figura 1.5d).

Sin importar la naturaleza particular del proceso de transferencia de calor por convección, la ecuación o modelo apropiado es de la forma

$$q'' = h\left(T_s - T_\infty\right) \tag{1.3a}$$

donde q'', el *flujo de calor* por convección (W/m^2), es proporcional a la diferencia entre las temperaturas de la superficie y del fluido, T_s y T_∞, respectivamente. Esta expresión se conoce como la *ley de enfriamiento de Newton*, y la constante de proporcionalidad h ($W/m^2 \cdot K$) se denomina *coeficiente de transferencia de calor por convección*. Éste depende de las condiciones en la capa límite, en las que influyen la geometría de la super-

ficie, la naturaleza del movimiento del fluido y una variedad de propiedades termodinámicas del fluido y de transporte.

TABLA 1.1 Valores típicos del coeficiente de transferencia de calor por convección

Proceso	h ($W/m^2 \cdot K$)
Convección libre	
Gases	2-25
Líquidos	50-1000
Convección forzada	
Gases	25-250
Líquidos	50-20,000
Convección con cambio de fase	
Ebullición o condensación	2500-100,000

Cualquier estudio de convección se reduce finalmente a un estudio de los medios por los que es posible determinar h. Aunque la consideración de estos medios se difiere para el capítulo 6, la transferencia de calor por convección con frecuencia aparecerá como una condición de frontera en la solución de problemas de conducción (capítulos 2 a 5). En la solución de este tipo de problemas suponemos que se conoce h, con el uso de los valores típicos que se dan en la tabla 1.1.

Cuando se usa la ecuación l.3a, se supone que el flujo de calor por convección es *positivo* si el calor se transfiere *desde* la superficie ($T_s > T_\infty$) y *negativo* si el calor se transfiere *hacia* la superficie ($T_\infty > T_s$). Sin embargo, si $T_\infty > T_s$, no hay nada que nos impida expresar la ley de enfriamiento de Newton como

$$q'' = h\left(T_\infty - T_s\right) \tag{1.3b}$$

en cuyo caso la transferencia de calor es positiva si es hacia la superficie.

1.2.3 Radiación

La radiación térmica es la energía emitida por la materia que se encuentra a una temperatura finita. Aunque centraremos nuestra atención en la radiación de superficies sólidas, esta radiación también puede provenir de líquidos y gases. Sin importar la forma de la materia, la radiación se puede atribuir a cambios en las configuraciones electrónicas de los átomos o moléculas constitutivos. La energía del campo de radiación es transportada por ondas electromagnéticas (o alternativamente, fotones). Mientras la transferencia de energía por conducción o por convección requiere la presencia de un medio material, la radiación no lo precisa. De hecho, la transferencia de radiación ocurre de manera más eficiente en el vacío.

Considere los procesos de transferencia de radiación para la superficie de la figura 1.6a. La radiación que la superficie *emite* se origina a partir de la energía térmica de la materia limitada por la superficie, y la velocidad a la que libera energía por unidad de área (W/m^2) se denomina la *potencia emisiva* superficial E. Hay un límite superior para la potencia emisiva, que es establecida por la ley de Stefan-Boltzmann

$$E_b = \sigma T_s^4 \tag{1.4}$$

donde T_s es la *temperatura absoluta* (K) de la superficie y σ es la *constante de Stefan Boltzmann* ($\sigma = 5.67\times10^{-8}$ $W/m^2\cdot K^4$). Dicha superficie se llama radiador ideal o *cuerpo negro*.

El flujo de calor emitido por una superficie real es menor que el de un cuerpo negro a la misma temperatura y está dado por

$$E = \varepsilon \sigma T_s^4 \tag{1.5}$$

donde ε es una propiedad radiativa de la superficie denominada *emisividad*. Con valores en el rango $0 \leq \varepsilon \leq 1$, esta propiedad proporciona una medida de la eficiencia con que una superficie emite energía en relación con un cuerpo negro. Esto depende marcadamente del material de la superficie y del acabado; en la tabla A.11 se proporcionan valores representativos.

La radiación también puede incidir sobre una superficie desde sus alrededores. La radiación se origina desde una fuente especial, como el sol, o de otras superficies a las que se expone la superficie de interés. Sin tener en cuenta la fuente, designarnos la velocidad a la que toda esa radiación incide sobre un área unitaria de la superficie como la *irradiación G* (figura 1.6a).

Una parte de la irradiación, o toda, tal vez sea absorbida por la superficie, y así se incrementaría la energía térmica del material. La velocidad a la que la energía radiante es absorbida por área superficial unitaria se evalúa a partir del conocimiento de una propiedad radiativa de la superficie denominada *absortividad* α. Es decir,

$$G_{abs} = \alpha G \tag{1.6}$$

donde $0 \leq \alpha \leq 1$. Si $\alpha < 1$ y la superficie es *opaca*, partes de la irradiación se *reflejan*. Si la superficie es *semitransparente*, partes de la irradiación también se *transmiten*. Sin

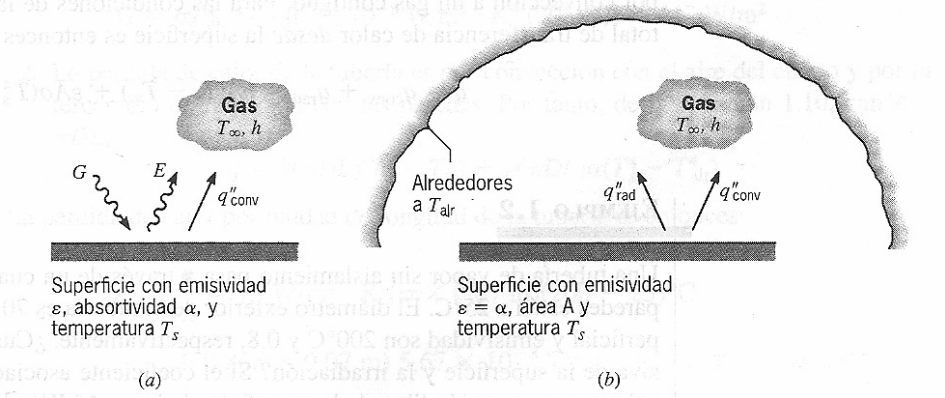


FIGURA 1.6 Intercambio de radiación: (*a*) en la superficie, y (*b*) entre una superficie y sus alrededores.

embargo, mientras la radiación absorbida y emitida aumenta y disminuye, respectivamente, la energía térmica de la materia, la radiación reflejada y transmitida no tiene ningún efecto sobre esta energía. Advierta que el valor de α depende de la naturaleza de la irradiación así como de la superficie misma. Por ejemplo, la absortividad de una superficie en cuanto a la radiación solar es diferente de su absortividad a la radiación emitida por las paredes de un horno.

Un caso especial que ocurre con frecuencia implica el intercambio de radiación entre una superficie pequeña a T_s y una superficie isotérmica mucho más grande que rodea por completo a la pequeña (figura l.6b). Los alrededores podrían ser, por ejemplo, las paredes de un cuarto o un horno cuya temperatura T_{alr} es diferente de la de una superficie rodeada ($T_{alr} \neq T_s$). Mostraremos en el capítulo 12 que, para tal condición, la irradiación se aproxima con la emisión de un cuerpo negro a T_{alr}, caso en el que $G = \sigma T_{alr}^4$. Si se supone que la superficie es tal que $\alpha = \varepsilon$ (*superficie gris*), la velocidad

neta de transferencia de calor por radiación desde la superficie, expresada por unidad de área de la superficie, es

$$q''_{rad} = \frac{q}{A} = \varepsilon E_b(T_s) - \alpha G = \varepsilon \sigma \left(T_s^4 - T_{alr}^4\right) \tag{1.7}$$

Esta expresión proporciona la diferencia entre la energía térmica que se libera debido a la emisión por radiación y la que se gana debido a la absorción de radiación.

Hay muchas aplicaciones para las que es conveniente expresar el intercambio neto de calor por radiación en la forma

$$q_{rad} = h_r A\left(T_s - T_{alr}\right) \tag{1.8}$$

donde, de la ecuación 1.7, el coeficiente de transferencia de calor por radiación h_r es

$$h_r \equiv \varepsilon \sigma \left(T_s + T_{alr}\right)\left(T_s^2 + T_{alr}^2\right) \tag{1.9}$$

Aquí modelamos el modo de radiación de forma similar a la convección. En este sentido *linealizamos* la ecuación de la velocidad de radiación, haciéndola proporcional a la diferencia de temperaturas en lugar de a la diferencia entre dos temperaturas a la cuarta potencia. Observe, sin embargo, que h_r depende marcadamente de la temperatura, mientras que la dependencia de la temperatura del coeficiente de transferencia de calor por convección h es por lo general débil.

Las superficies de la figura 1.6 también pueden transferir simultáneamente calor por convección a un gas contiguo. Para las condiciones de la figura 1.6b, la velocidad total de transferencia de calor *desde* la superficie es entonces

$$q = q_{conv} + q_{rad} = h A\left(T_s - T_\infty\right) + \varepsilon A \sigma \left(T_s^4 - T_{alr}^4\right) \tag{1.10}$$

EJEMPLO 1.2

Una tubería de vapor sin aislamiento pasa a través de un cuarto en el que el aire y las paredes están a 25°C. El diámetro exterior de la tubería es 70 mm, y la temperatura superficial y emisividad son 200°C y 0.8, respectivamente. ¿Cuánto vale la potencia emisiva de la superficie y la irradiación? Si el coeficiente asociado con la transferencia de calor por convección libre de la superficie al aire es 15 W/m^2·K, ¿cuál es la velocidad de pérdida de calor de la superficie por unidad de longitud de la tubería?

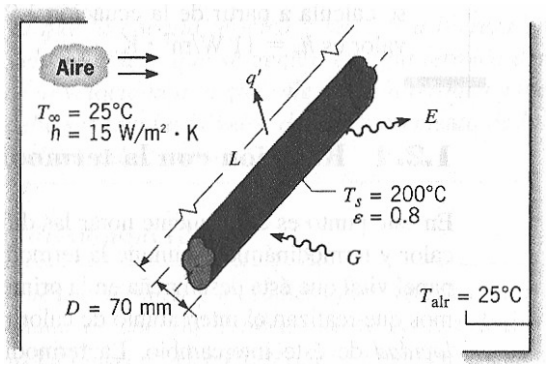
SOLUCIÓN

Se conoce: Tubería sin aislamiento de diámetro, emisividad y temperatura superficial establecidos en un cuarto con temperaturas fijas de pared y aire.

Encontrar:

1. Potencia emisiva e irradiación de la superficie.

2. Pérdida de calor de la tubería por unidad de longitud, q'.



Esquema:

Suposiciones:

1. Hay condiciones de estado estable.

2. El intercambio de radiación entre la tubería y el cuarto se realiza entre una pequeña superficie y un recipiente mucho más grande.

3. La emisividad y absortividad de la superficie son iguales.

Análisis:

1. La potencia emisiva de la superficie se evalúa a partir de la ecuación 1.5, mientras la irradiación corresponde a $G = \sigma T_{alr}^4$. Así,

$$E = \varepsilon \sigma T_s^4 = 0.8\left(5.67\times10^{-8}\,\tfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\cdot K^4}}\right)\left(473\,\mathrm{K}\right)^4 = 2270\,\tfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}}$$

$$G = \sigma T_{alr}^4 = 5.67\times10^{-8}\,\tfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\cdot K^4}}\left(298\,\mathrm{K}\right)^4 = 447\,\tfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}}$$

2. La pérdida de calor de la tubería es por convección con el aire del cuarto y por intercambio de radiación con las paredes. Por tanto, de la ecuación 1.10, con $A = \pi DL$,

$$q = h\,\pi\,D\,L\left(T_s - T_\infty\right) + \varepsilon\,\pi\,D\,L\,\sigma\left(T_s^4 - T_{alr}^4\right)$$

La pérdida de calor por unidad de longitud de la tubería es entonces

$$q' = \frac{q}{L} = 15\,\tfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\cdot K}}\left(\pi\times0.07\,\mathrm{m}\right)\left(200-25\right)^{\circ}\mathrm{C} +$$

$$+0.8\left(\pi\times0.07\,\mathrm{m}\right)5.67\times10^{-8}\,\tfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\cdot K^4}}\left(473^4 - 298^4\right)\mathrm{K}^4$$

$$q' = 577\,\tfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}} + 421\,\tfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}} = 998\,\tfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}}$$

Comentarios:

1. Note que la temperatura puede expresarse en unidades de °C o K cuando se evalúa la diferencia de temperatura para una velocidad de transferencia de calor por convección (o conducción). Sin embargo, la temperatura debe expresarse en Kelvin (K) cuando se evalúa una velocidad de transferencia de calor por radiación.

2. En esta situación las velocidades de transferencia de calor por radiación y convección son comparables, pues T_s es grande comparada con T_{alr} y el coeficiente asociado con la convección libre es pequeño. Para valores más moderados de T_s y valores mayores de h asociados con la convección forzada, el efecto de la radiación a menudo se deja de lado. El coeficiente de transferencia de calor por radiación se calcula a partir de la ecuación 1.9, y para las condiciones de este problema su valor es h_r = 10.93 W/m^2·K.

1.2.4 Relación con la termodinámica

En este punto es conveniente notar las diferencias fundamentales entre transferencia de calor y termodinámica. Aunque la termodinámica trata de la interacción del calor y del papel vital que ésta desempeña en la primera y segunda leyes, no considera los mecanismos que realizan el intercambio de calor ni los métodos que existen para calcular la *velocidad* de éste intercambio. La termodinámica trata de estados en *equilibrio* de la materia, donde un estado de equilibrio necesariamente excluye la existencia de un gradiente de temperatura. Aunque la termodinámica sirve para determinar la cantidad de energía que se requiere en forma de calor para que un sistema pase de un estado de equilibrio a otro, no reconoce que *la transferencia de calor es inherentemente un proceso de no equilibrio*. Para que ocurra la transferencia de calor, debe haber un gradiente de temperatura, es decir, un desequilibrio termodinámico. La disciplina de la transferencia de calor busca llevar a cabo lo que la termodinámica es intrínsecamente incapaz de hacer, esto es, cuantificar la *velocidad* a la que ocurre la transferencia de calor en términos del grado de desequilibrio térmico. Esto se lleva a cabo a través de las ecuaciones o modelos para los tres modos, expresadas, por ejemplo, por las ecuaciones

1.2, 1.3 y 1.7.

1.3

Requerimiento de conservación de la energía

Los temas de la termodinámica y de la transferencia de calor son sumamente complementarios. Por ejemplo, como la primera trata la *velocidad* a la que se transfiere calor, el tema de la transferencia de calor se considera una extensión de la termodinámica. A su vez, para muchos problemas de transferencia de calor, la *primera ley* de la termodinámica (*ley de conservación de la energía*) proporciona una herramienta útil, a menudo esencial. En previsión de este tipo de problemas se obtendrán ahora las formulaciones generales de la primera ley.

1.3.1 Conservación de la energía para un volumen de control

Para aplicar la primera ley, necesitamos primero identificar el volumen de control, una región de espacio limitada por una superficie de control a través de la cual pueden pasar la energía y la materia. Una vez que se identifica el volumen de control, debe especificarse una base temporal adecuada. Hay dos opciones. Como la primera ley debe satisfacerse en todos y cada uno de los instantes de tiempo t, una opción implica formular la ley sobre una *base de velocidades*; es decir, en cualquier instante debe haber un balance entre todas las *velocidades de energía* medidas en joules por segundo (W). De manera alternativa, la primera ley también debe satisfacerse sobre cualquier intervalo de tiempo Δt. Para este intervalo tiene que existir un balance entre las cantidades de todos los cambios de energía, medidos en joules.

De acuerdo con la base temporal, las formulaciones de la primera ley más convenientes para el análisis de transferencia de calor se expresan como sigue.

En un instante (t)

La velocidad a la que la energía térmica y mecánica ingresa en un volumen de control, más la velocidad a la que se genera energía térmica dentro del volumen de control, menos la velocidad a la que sale energía térmica y mecánica del volumen de control debe ser igual a la velocidad de incremento de la energía almacenada dentro del volumen de control.

En un intervalo de tiempo (Δt)

La cantidad de energía térmica y mecánica que ingresa en un volumen de control, más la cantidad de energía térmica que se genera dentro del volumen de control, menos la cantidad de energía térmica y mecánica que sale del volumen de control debe ser igual al incremento en la cantidad de energía almacenada en el volumen de control.

Si el flujo entrante y la generación de energía exceden al flujo saliente habrá un aumento en la cantidad de energía almacenada (acumulada) en el volumen de control; si ocurre lo contrario, habrá una disminución en el almacenamiento de energía. Si el flujo entrante y la generación de energía igualan al flujo de salida, debe prevalecer una condición de *estado estable* en la que no habrá cambio en la cantidad de energía almacenada en el volumen de control.

Considérese la aplicación de la conservación de la energía al volumen de control que se muestra en la figura 1.7. El primer paso es identificar la superficie de control trazando una línea punteada. El siguiente es identificar los términos de energía. En un instante, estos términos incluyen la velocidad a la que la energía térmica y mecánica entra y sale *a través* de la superficie de control, $\dot{E}_{ent}$ y $\dot{E}_{sal}$. También es posible generar energía térmica dentro del volumen de control debido a la conversión de otras

formas de energía. Nos referimos a este proceso como *generación de energía*, y la velocidad a la que ocurre se denomina $\dot{E}_g$. La velocidad de cambio de la energía almacenada dentro del volumen de control, dE_{alm}/dt, se designa $\dot{E}_{alm}$. Una forma general del requerimiento de conservación de la energía se expresa entonces en una base de *velocidades* como

$$\dot{E}_{\text{ent}} + \dot{E}_g - \dot{E}_{\text{sale}} = \frac{dE_{\text{alm}}}{dt} \equiv \dot{E}_{\text{alm}} \tag{1.11a}$$

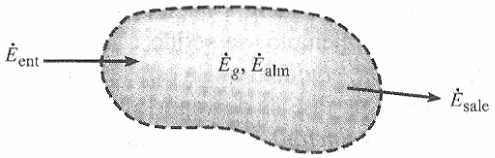


FIGURA 1.7
Conservación de la energía para un volumen de control. Aplicación a un instante.

La ecuación 1.11a se aplica en cualquier *instante de tiempo*. La forma alternativa que se aplica para un *intervalo de tiempo* Δt se obtiene integrando la ecuación 1.11a sobre el tiempo:

$$E_{ent} + E_g - E_{sale} = \Delta E_{alm} \tag{1.11b}$$

Expresada en palabras, esta relación indica que las cantidades del flujo de entrada y generación de energía actúan para incrementar la cantidad de energía almacenada dentro del volumen de control, mientras que el flujo saliente actúa para disminuir la energía almacenada.

Los términos de flujo de entrada y de salida son *fenómenos de superficie*. Es decir, se asocian exclusivamente con procesos que ocurren en la superficie de control y son proporcionales al área de la superficie. Una situación común comprende los flujos de entrada y de salida debido a la transferencia de calor por conducción, convección y/o radiación. En situaciones que abarcan un flujo de fluido a través de la superficie de control, los términos también incluyen energía transmitida con la materia que entra y sale del volumen de control. Esta energía puede estar compuesta de las formas interna, cinética y potencial. Los términos del flujo de entrada y de salida también incluyen interacciones de trabajo que ocurren en las fronteras del sistema.

El *término generación de energía* se asocia con la conversión de otra forma de energía (química, eléctrica, electromagnética o nuclear) a energía térmica. Es un *fenómeno volumétrico*. Es decir, ocurre dentro del volumen de control y es proporcional a la magnitud de su volumen. Por ejemplo, al convertir energía química a térmica tal vez ocurra una reacción química exotérmica. El efecto neto es un aumento en la energía térmica de la materia dentro del volumen de control. Otra fuente de energía térmica es la conversión de energía eléctrica que ocurre debido al calentamiento de la resistencia cuando se hace pasar una corriente eléctrica por un conductor. Es decir, si una corriente eléctrica I pasa a través de una resistencia R en el volumen de control, se disipa energía eléctrica a una razón de I^2R, que corresponde a la velocidad a la que se genera (libera) energía térmica dentro del volumen. Aunque es posible tratar alternativamente este proceso como uno en el que se realiza trabajo eléctrico sobre el sistema (flujo entrante de energía), el efecto neto sigue siendo la creación de energía térmica.

El almacenamiento de energía es también un *fenómeno volumétrico* y los cambios dentro del volumen de control se deberán a cambios en las energías interna, cinética y/o potencial de su contenido. En consecuencia, para un intervalo de tiempo, Δt, el término de almacenamiento de la ecuación 1.11b, ΔE_{alm} se puede igualar a la suma, $\Delta U + \Delta KE + \Delta PE$. El cambio en la *energía interna*, ΔU, consiste en un *componente*

sensible o *térmico*, que explica los movimientos traslacional, rotacional y vibracional de los átomos y moléculas que componen la materia; un *componente latente*, que relaciona las fuerzas intermoleculares que influyen en el cambio de fase entre los estados sólido, liquido y vapor; un *componente químico*, que explica la energía almacenada en las uniones químicas entre átomos; y un *componente nuclear*, que explica las fuerzas de unión en el núcleo del átomo.

En todas las aplicaciones de interés en este texto, si existen efectos químicos o nucleares, éstos se tratan como fuentes de energía térmica y por ello se incluyen en los términos de generación, antes que en los de almacenamiento, de las ecuaciones 1.11a y l.11b. Además, los efectos de energía latente sólo necesitan considerarse si hay un cambio de fase como, por ejemplo, de sólido a líquido (*fusión*) o de líquido a vapor (*vaporización*, *evaporación*, *ebullición*). En estos casos, la energía latente aumenta. Por el contrario, si el cambio de fase es de vapor a líquido (*condensación*) o de líquido a sólido (*solidificación*, *congelación*), la energía latente disminuye. Por tanto, si los efectos de la energía cinética y potencial se pueden dejar de lado, como casi siempre es el caso en el análisis de la transferencia de calor, los cambios en el almacenamiento de energía se deben sólo a cambios en las energías térmica interna y/o, en el caso de un cambio de fase, en las energías latentes ($\Delta E_{alm} = \Delta U = \Delta U_t + \Delta U_{lat}$)

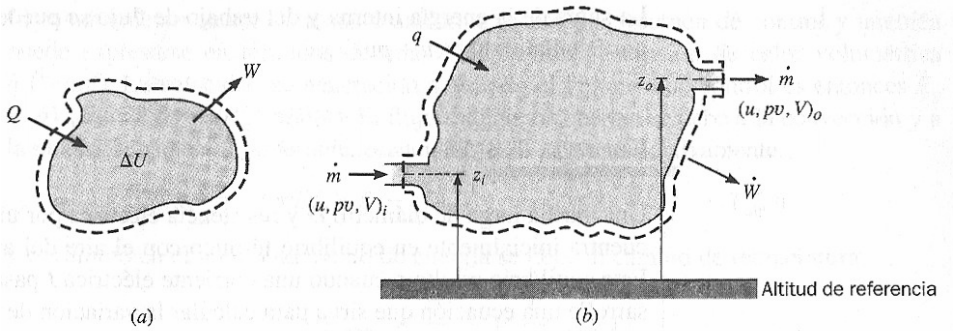


FIGURA 1.8 Conservación de la energía: (*a*) aplicación a un sistema cerrado en un intervalo de tiempo, y (*b*) aplicación a un sistema abierto de flujo estable en un instante.

Las ecuaciones 1.11a y 1.11b sirven para desarrollar formas más específicas del requerimiento de conservación de la energía, que incluyen las exigencias consideradas anteriormente en su estudio de la termodinámica. Considere un *sistema cerrado* de masa fija (figura l.8a), a través de cuyos límites la energía es transferida por las interacciones de calor y trabajo. Si en un intervalo de tiempo Δt se transfiere calor al sistema en la cantidad Q (flujo de entrada de energía), el sistema realiza trabajo en la cantidad W (flujo saliente de energía), no ocurre conversión de energía dentro del sistema ($E_g = 0$) y los cambios de energía cinética y potencial son insignificantes, la ecuación 1.11b se reduce a

$$Q - W = \Delta U \tag{1.11c}$$

El término de trabajo W se deberá al desplazamiento de una frontera, un eje rotatorio y/o a efectos electromagnéticos. De forma alternativa, en un instante, el requerimiento de conservación de la energía es

$$q - \dot{W} = \frac{dU}{dt} \tag{1.11d}$$

La otra forma del requerimiento de conservación de la energía con el que ya está familiarizado pertenece a un *sistema abierto* (figura l.8b), donde el flujo de masa proporciona el transporte de energía interna, cinética y potencial hacia dentro y fuera del sistema. En tales casos, es habitual dividir el intercambio de la energía en forma de tra-

bajo en dos contribuciones. La primera contribución, denominada *trabajo de flujo*, se asocia con el trabajo realizado por fuerzas de presión que mueven el fluido a través de las fronteras del sistema. Para una *masa unitaria*, la cantidad de trabajo es equivalente al producto de la presión por el volumen específico del fluido (*pv*). Respecto a todos los otros trabajos se supone que los realizó el sistema y se incluyen en el término *W*. De aquí, si se supone que se transferirá calor al sistema, no ocurre conversión de energía dentro de éste, y la operación se encuentra en condiciones de estado estable ($\dot{E}_{alm} = 0$), la ecuación 1.11a se reduce a la siguiente forma de la ecuación de energía de flujo estable:

$$\dot{m}\left(u + pv + \frac{V^2}{2} + gz\right)_i - \dot{m}\left(u + pv + \frac{V^2}{2} + gz\right)_o + q - \dot{W} = 0 \qquad (1.11e)$$

La suma de la energía interna y del trabajo de flujo se puede, por supuesto, reemplazar por la entalpía, $i = u + pv$.

EJEMPLO 1.3

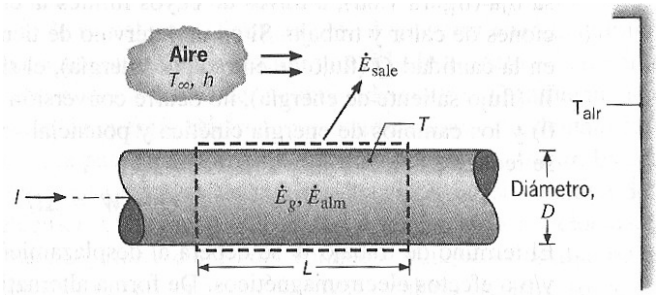
Una varilla larga de diámetro *D* y resistencia eléctrica por unidad de longitud R'_e se encuentra inicialmente en equilibrio térmico con el aire del ambiente y sus alrededores. Este equilibrio se altera cuando una corriente eléctrica *I* pasa a través de la varilla. Desarrolle una ecuación que sirva para calcular la variación de la temperatura de la varilla con respecto al tiempo en que pasa la corriente.

SOLUCIÓN

Se conoce: La temperatura de una varilla de diámetro conocido y los cambios en la resistencia eléctrica con el tiempo debido al paso de una corriente eléctrica.

Encontrar: Ecuación que gobierna el cambio de temperatura con el tiempo a través de la varilla.

Esquema:



Suposiciones:

1. En cualquier tiempo *t* la temperatura de la varilla es uniforme.

2. Propiedades constantes (ρ, c, $\varepsilon = \alpha$).

3. El intercambio de radiación entre la superficie exterior de la varilla y los alrededores se da entre una pequeña superficie y un recipiente grande.

Análisis: A menudo la primera ley de la termodinámica sirve para determinar una temperatura desconocida. En este caso, los términos relevantes incluyen la transferencia de calor por convección y radiación desde la superficie, generación de energía debido al calentamiento óhmico dentro del conductor y un cambio en la energía térmica almacenada. Como deseamos determinar la razón de cambio de la temperatura, hay que aplicar la primera ley para un instante de tiempo. Así, al aplicar la ecuación 1.11a a un volumen de control de longitud *L* alrededor de la varilla, se infiere que

$$\dot{E}_g - \dot{E}_{sale} = \dot{E}_{alm}$$

donde la generación de energía se debe al calentamiento de la resistencia eléctrica

$$\dot{E}_g = I^2 R'_e L$$

El calentamiento ocurre de manera uniforme dentro del volumen de control y también puede expresarse en términos de una velocidad de generación de calor volumétrica $\dot{q}$ (W/m^3). La velocidad de generación para todo el volumen de control es entonces $\dot{E}_g = \dot{q} V$, donde $\dot{q} = I^2 R'_e / (\pi D^2/4)$. El flujo saliente de energía se debe a la convección y a la radiación neta de la superficie, ecuaciones 1.3a y 1.7, respectivamente,

$$\dot{E}_{sale} = h(\pi D L)(T - T_\infty) + \varepsilon \sigma (\pi D L)(T^4 - T_{alr}^4)$$

y el cambio en el almacenamiento de energía se debe al cambio de temperatura,

$$\dot{E}_{alm} = \frac{dU_t}{dt} = \frac{d}{dt}(\rho V c T)$$

El término $\dot{E}_{alm}$ se asocia con la velocidad de cambio en la energía térmica interna de la varilla, donde ρ y c son densidad y calor específicos, respectivamente, del material de la varilla, y V es el volumen de la varilla, $V = (\pi D^2/4)L$. Sustituyendo las ecuaciones o modelos en el balance de energía se infiere que

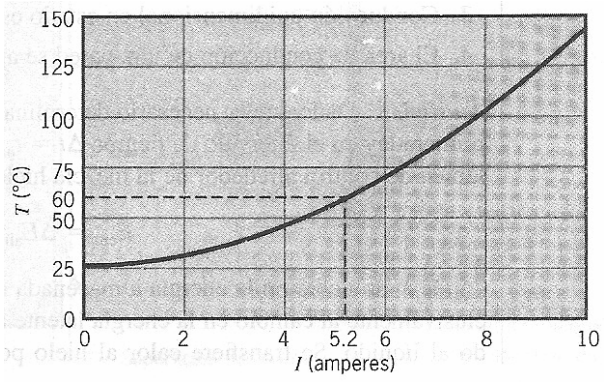
$$I^2 R'_e L - h(\pi D L)(T - T_\infty) - \varepsilon \sigma (\pi D L)(T^4 - T_{alr}^4) = \rho c (\pi D^2/4) L (dT/dt)$$

De aquí,

$$\frac{dT}{dt} = \frac{I^2 R'_e - \pi D h (T - T_\infty) - \pi D \varepsilon \sigma (T^4 - T_{alr}^4)}{\rho c (\pi D^2/4)}$$

Comentarios: La ecuación anterior se resuelve para la dependencia temporal de la temperatura de la varilla con integración numérica. Finalmente se alcanzaría una condición de estado estable para la cual $dT/dt = 0$. La temperatura de la vanilla se determina entonces mediante una ecuación algebraica de la forma

$$\pi D h (T - T_\infty) + \pi D \varepsilon \sigma (T^4 - T_{alr}^4) = I^2 R'_e$$



Para condiciones ambientales fijas (h, T_∞, T_{alr}), así como para una varilla de geometría fija (D) y propiedades (ε, R'_e), la temperatura depende de la velocidad de generación de energía térmica y, por consiguiente, del valor de la corriente eléctrica. Considere un alambre de cobre sin aislamiento (D = 1 mm, ε = 0.8, $R'_e = 0.4 \frac{\Omega}{m}$) en un recinto relativamente grande (T_{alr} = 300 K) a través del cual se hace circular aire de enfriamiento (h = 100 W/m^2·K, T_∞ = 300 K). Al sustituir estos valores en la ecuación anterior, se calculó la temperatura de la varilla para corrientes de operación en el rango de $0 \le I \le 10$ A y se obtuvieron los siguientes resultados.

Si se establece una temperatura de operación máxima de $T = 60°C$ por razones de seguridad, la corriente no debe exceder 5.2 A. A esta temperatura, la transferencia de calor por radiación (0.6 W/m) es mucho menor que la transferencia de calor por convección (10.4 W/m). Por tanto, si se desea operar a una corriente mayor mientras se mantiene la temperatura de la varilla dentro del límite de seguridad, el coeficiente convectivo tendría que incrementarse aumentando la velocidad del aire que circula. Para $h = 250$ W/m^2·K, la corriente máxima permisible aumentaría a 8.1 A.

EJEMPLO 1.4

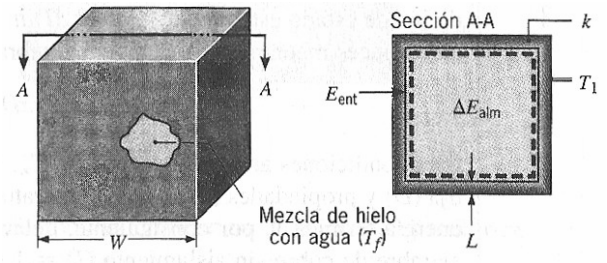
Se guarda hielo de masa M a la temperatura de fusión ($T_f = 0°C$) en una cavidad cúbica de lado W. La pared de la cavidad es de espesor L y conductividad térmica k. Si la superficie exterior de la pared está a una temperatura $T_1 > T_f$, obténgase una expresión para el tiempo que se requiere para fundir por completo el hielo.

SOLUCIÓN

Se conoce: Masa y temperatura del hielo. Dimensiones, conductividad térmica y temperatura de la superficie exterior de la pared del contenedor.

Encontrar: Expresión del tiempo necesario para fundir el hielo.

Esquema:



Suposiciones:

1. La superficie interna de la pared está a T_f a lo largo del proceso.

2. Propiedades constantes.

3. Conducción unidimensional en estado estable a través de cada pared.

4. El área de conducción de una pared se aproxima a W^2 ($L << W$).

Análisis: Dado que es necesario determinar el tiempo de fusión t_m, hay que aplicar la primera ley en el intervalo de tiempo $\Delta t = t_m$. Así, al aplicar la ecuación 1.11b a un volumen de control alrededor de la mezcla hielo-agua, se infiere que

$$E_{ent} = \Delta E_{alm} = \Delta U_{lat}$$

donde el aumento en la energía almacenada dentro del volumen de control se debe exclusivamente al cambio en la energía latente asociada con la conversión del estado sólido al líquido. Se transfiere calor al hielo por medio de la conducción a través de la pared del contenedor y, como la diferencia de temperatura a través de la pared se supone que permanece a (T_1 - T_f) a lo largo del proceso de fusión, la velocidad de conducción en la pared es una constante

$$q_{cond} = k\left(6W^2\right)\frac{T_1 - T_f}{L}$$

y la cantidad de flujo entrante de energía es

$$E_{ent} = \left[k\left(6W^2\right)\frac{T_1 - T_f}{L} \right] t_m$$

La cantidad de energía que se requiere para efectuar tal cambio por unidad de masa de sólido se denomina calor latente de fusión h_{sf}. De aquí, el aumento en la energía almacenada es

$$\Delta E_{alm} = M\, h_{sf}$$

Al sustituir en la expresión de la primera ley se infiere que

$$t_m = \frac{M\, h_{sf} L}{k\left(6W^2\right)\left(T_1 - T_f\right)}$$

Comentarios: Surgirían varias complicaciones si el hielo estuviera inicialmente subenfriado. El término de almacenamiento tendría que incluir el cambio en la energía sensible (interna) que se requiere para llevar el hielo de la temperatura de subenfriamiento a la de fusión. Durante este proceso, se desarrollarían gradientes de temperatura en el hielo.

1.3.2 Balance de energía en una superficie

Con frecuencia tendremos oportunidad de aplicar el requerimiento de conservación de la energía a la superficie de un medio. En este caso especial la superficie de control no incluye masa o volumen y aparece como se muestra en la figura 1.9. En concordancia, los términos de generación y almacenamiento de la expresión de conservación, ecuación 1.11a, ya no son relevantes y sólo es necesario tratar con el fenómeno superficial. Para este caso el requerimiento de conservación se convierte en

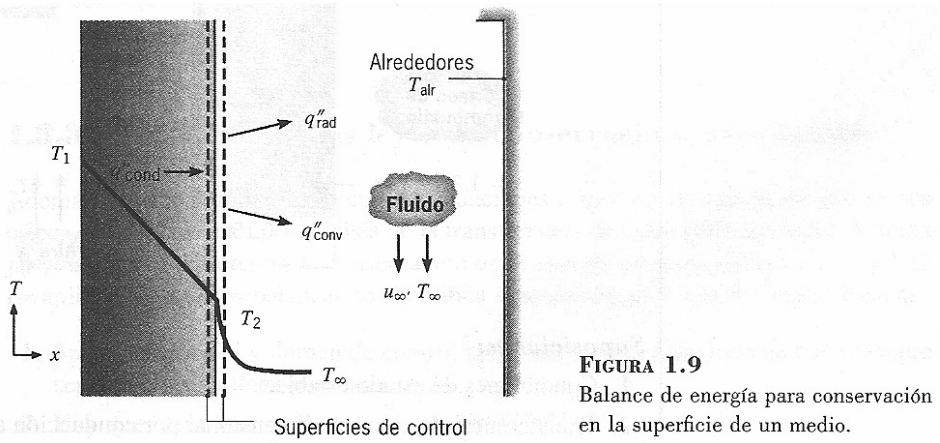


FIGURA 1.9
Balance de energía para conservación en la superficie de un medio.

$$\dot{E}_{ent} - \dot{E}_{sale} = 0 \qquad (1.12)$$

Aunque la generación de energía térmica ocurriera en el medio, el proceso no afectaría al balance de energía en la superficie de control. Además, este requerimiento de conservación es válido para las condiciones de *estado estable* y *transitorio*.

En la figura 1.9 se muestran tres formas de transferencia de calor para la superficie de control. En una base de área unitaria, éstas son conducción desde el medio *hacia* la superficie de control (q''_{cond}), convección *desde* la superficie hacia el fluido (q''_{conv}) e intercambio de radiación neta desde la superficie hacia los alrededores (q''_{rad}). El balance de energía toma entonces la forma

$$q''_{cond} - q''_{conv} - q''_{rad} = 0 \qquad (1.13)$$

y es posible expresar cada uno de los términos con las ecuaciones o modelos adecuados, ecuaciones 1.2, 1.3a, y 1.7.

EJEMPLO 1.5

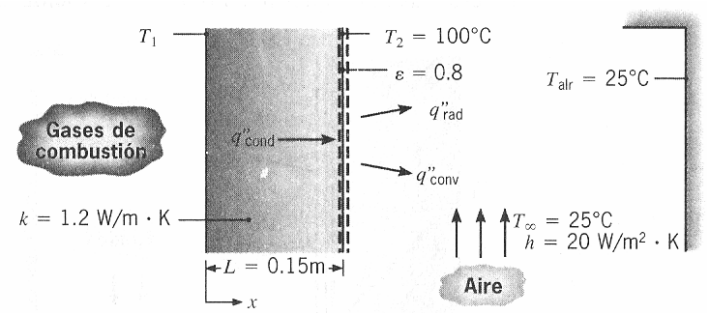
Los gases calientes de combustión de un horno se separan del aire ambiental y sus alrededores, que están a 25°C, mediante una pared de ladrillos de 0.15 m de espesor. El ladrillo tiene una conductividad térmica de 1.2 W/m·K y una emisividad superficial de 0.8. Se mide una temperatura de la superficie externa de 100°C en condiciones de estado estable. La transferencia de calor por convección libre al aire contiguo a la superficie se caracteriza por un coeficiente de convección de h = 20 W/m^2·K. ¿Cuál es la temperatura de la superficie interior del ladrillo?

SOLUCIÓN

Se conoce: Temperatura de la superficie externa de una pared de un horno cuyo espesor, conductividad y emisividad son conocidos. Condiciones ambientales.

Encontrar: Temperatura de la superficie interior de la pared.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.

2. Transferencia de calor unidimensional por conducción a través de la pared.

3. El intercambio de radiación entre la superficie externa de la pared y los alrededores se realiza entre una pequeña superficie y un recinto grande.

Análisis: La temperatura de la superficie interior se obtiene llevando a cabo un balance de energía en la superficie externa. De la ecuación 1.12,

$$\dot{E}_{ent} - \dot{E}_{sale} = 0$$

se sigue que, sobre una base de área unitaria,

$$q''_{cond} - q''_{conv} - q''_{rad} = 0$$

o, al reacomodar y sustituir de las ecuaciones 1.2, 1.3a y 1.7,

$$k\frac{T_1 - T_2}{L} = h\left(T_2 - T_\infty\right) + \varepsilon\sigma\left(T_2^4 - T_{alr}^4\right)$$

Por tanto, al sustituir los valores numéricos apropiados, encontramos

$$1.2\,\frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}\,\frac{\left(T_1 - 373\right)\text{K}}{0.15\,\text{m}} = 20\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot\text{K}}\left(373 - 298\right)\text{K} +$$

$$+0.8\left(5.67\times10^{-8}\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot\text{K}^4}\right)\left(373^4 - 298^4\right)\text{K}^4$$

$$= 1500\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2} + 520\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 2020\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Resolviendo para T_1,

$$T_1 = 373\,\mathrm{K} + \frac{0.15\,\mathrm{m}}{1.2\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}\cdot\mathrm{K}}}\left(2020\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right) = 625\,\mathrm{K} = 352^{\circ}\mathrm{C}$$

Comentarios:

1. Advierta que la contribución de la radiación a la transferencia de calor de la superficie externa es significativa. Sin embargo, esta contribución disminuiría al aumentar h y/o disminuir T_2.

2. Cuando se usan balances de energía que incluyen intercambio de radiación y otros modos, es buena práctica expresar todas las temperaturas en grados Kelvin. Este procedimiento es necesario cuando la temperatura desconocida aparece en el término de radiación y en uno o más de los otros términos.

1.3.3 Aplicación de las leyes de conservación: metodología

Además de estar familiarizado con las ecuaciones o modelo de transporte que se describen en la sección 1.2, el analista de la transferencia de calor debe ser capaz de trabajar con los requerimientos de conservación de la energía de las ecuaciones 1.11 y 1.12. La aplicación de estos balances se simplifica si se siguen unas cuantas reglas básicas.

1. Se debe definir el volumen de control apropiado con la superficie de control representada por una línea punteada.

2. Hay que identificar la base de tiempo apropiada.

3. Tienen que identificarse los procesos de energía relevantes. Cada proceso ha de mostrarse en el volumen de control mediante una flecha etiquetada en forma apropiada.

4. Hay que escribir la ecuación de conservación, y las expresiones de flujo apropiadas deben sustituirse para los términos en la ecuación.

Es importante observar que el requerimiento de conservación de la energía se aplica a un volumen de control finito o a un volumen de control diferencial (infinitesimal). En el primer caso, la expresión resultante determina el comportamiento general del sistema. En el segundo, se obtiene una ecuación diferencial que se resuelve para condiciones en cada punto del sistema. En el capítulo 2 se introducen volúmenes de control diferencial, y ambos tipos de volúmenes de control se usan mucho a lo largo del texto.

1.4

Análisis de problemas de transferencia de calor: metodología

Un objetivo principal de este texto es preparar al estudiante para resolver problemas de ingeniería que incluyan procesos de transferencia de calor. Para este fin se proporcionan numerosos problemas al final de cada capítulo. Resolver estos problemas le permitirá comprender en profundidad los fundamentos del tema y obtendrá confianza en su capacidad para aplicar estos fundamentos a la solución de problemas de ingeniería.

Para resolver problemas, recomendamos un procedimiento sistemático que se caracteriza por un formato establecido. Empleamos de forma consistente este procedimiento en nuestros ejemplos y pedimos a nuestros estudiantes que lo utilicen en sus soluciones de los problemas; consiste en los siguientes pasos:

1. ***Se conoce***: Después de leer cuidadosamente el problema, establezca breve y concisamente lo que se conoce de éste. No repita el planteamiento del problema.

2. *Encontrar*: Plantee de forma breve y concisa qué se debe encontrar.

3. *Esquema*: Dibuje un esquema del sistema físico. Si prevé la aplicación de las leyes de conservación, represente la superficie de control que se requiere mediante líneas punteadas sobre el esquema. Identifique los procesos de transferencia de calor relevantes con flechas apropiadamente etiquetadas sobre el esquema.

4. *Suposiciones*: Haga una lista de todas las suposiciones de simplificación pertinentes.

5. *Propiedades*: Reúna los valores de las características necesarias para los cálculos siguientes e identifique la fuente de la que se obtienen.

6. *Análisis*: Comience el análisis aplicando las leyes de conservación apropiadas, e introduzca las ecuaciones de flujo necesarias. Desarrolle el análisis lo más completo que sea posible antes de sustituir valores numéricos. Ejecute los cálculos necesarios para obtener los resultados deseados.

7. *Comentarios*: Analice sus resultados. Este análisis incluirá un resumen de conclusiones clave, una crítica de las suposiciones originales y una inferencia de las tendencias obtenidas ejecutando cálculos adicionales del tipo *qué sucedería si* y de *sensibilidad de parámetros*.

La importancia de seguir los pasos 1 a 4 no debe subestimarse. Éstos proporcionan una guía útil para estudiar un problema antes conseguir su solución. En el paso 7 esperamos que tome la iniciativa para agudizar su ingenio ejecutando cálculos para los que puede convenirle el auxilio de una computadora.

EJEMPLO 1.6

El recubrimiento sobre una placa se cura exponiendo ésta a la acción de una lámpara infrarroja que proporciona una irradiación de 2000 W/m^2. El recubrimiento absorbe 80% de la irradiación y tiene una emisividad de 0.50; también es expuesto a un flujo de aire y a amplios alrededores para los cuales las temperaturas son 20°C y 30°C, respectivamente.

1. Si el coeficiente de convección entre la placa y el aire ambiente es 15 $W/m^2 \cdot K$, ¿cuál es la temperatura de curación de la placa?

2. Las características finales del recubrimiento, incluidos uso y durabilidad, se sabe que dependen de la temperatura a la que ocurre la curación. Un sistema de flujo de aire es capaz de controlar la velocidad del aire (y por ello el coeficiente de convección) sobre la superficie curada, pero el ingeniero de procesos necesita saber en qué forma depende la temperatura del coeficiente de convección. Proporcione la información deseada con el cálculo y graficación de la temperatura de la superficie como función de h para $2 \leq h \leq 200$ $W/m^2 \cdot K$. ¿Qué valor de h proporcionaría una temperatura de curación de 50°C?

SOLUCIÓN

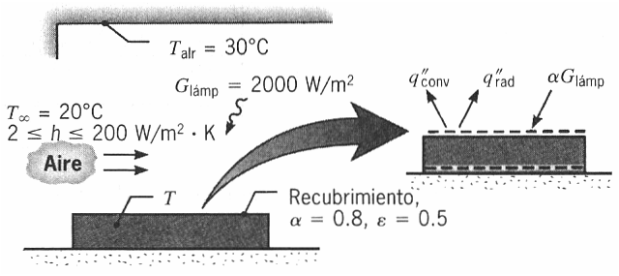
Se conoce: El recubrimiento con propiedades de radiación establecidas se cura mediante irradiación de una lámpara infrarroja. La transferencia de calor del recubrimiento es por convección al aire ambiente e intercambio de radiación con los alrededores.

Encontrar:

1. Temperatura de curación para $h = 15$ $W/m^2 \cdot K$.

2. Efecto del flujo del aire sobre la temperatura de curación para $2 \leq h \leq 200$ $W/m^2 \cdot K$. Valor de h para el que la temperatura de curación es 50°C.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.

2. Pérdida de calor insignificante de la superficie inferior de la placa.

3. La placa es un objeto pequeño en alrededores grandes y el recubrimiento tiene una absortividad de $\alpha_{alr} = \varepsilon =$ 0.8 con respecto a la irradiación de los alrededores.

Análisis:

1. Como el proceso corresponde a condiciones de estado estable y no hay transferencia de calor en la superficie inferior, la placa debe ser isotérmica ($T_s = T$). De aquí la temperatura deseada se determina colocando una superficie de control alrededor de la superficie expuesta y aplicando la ecuación 1.12 o colocando la superficie de control alrededor de toda la placa y aplicando la ecuación 1.11a. Si se adopta el último enfoque y se reconoce que no hay generación de energía interna ($\dot{E}_g = 0$), la ecuación 1.11a se reduce a

$$\dot{E}_{ent} - \dot{E}_{sale} = 0$$

donde $\dot{E}_{alm} = 0$ para condiciones de estado estable. Con el flujo entrante de energía debido a la absorción de la irradiación de la lámpara por el recubrimiento y el flujo de salida debido a la convección y transferencia de radiación a los alrededores, se sigue que

$$(\alpha G)_{lámp} - q''_{conv} - q''_{rad} = 0$$

Al sustituir de las ecuaciones 1.3a y 1.7, obtenemos

$$(\alpha G)_{lámp} - h(T - T_\infty) - \varepsilon\sigma\left(T^4 - T_{alr}^4\right) = 0$$

Sustituyendo los valores numéricos

$$0.8 \times 2000 \tfrac{\text{W}}{\text{m}^2} - 15 \tfrac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}(T - 293)\text{K} -$$
$$0.5 \times 5.67 \times 10^{-8} \tfrac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}\left(T^4 - 303^4\right)\text{K}^4 = 0$$

y resolviendo por prueba y error, obtenemos

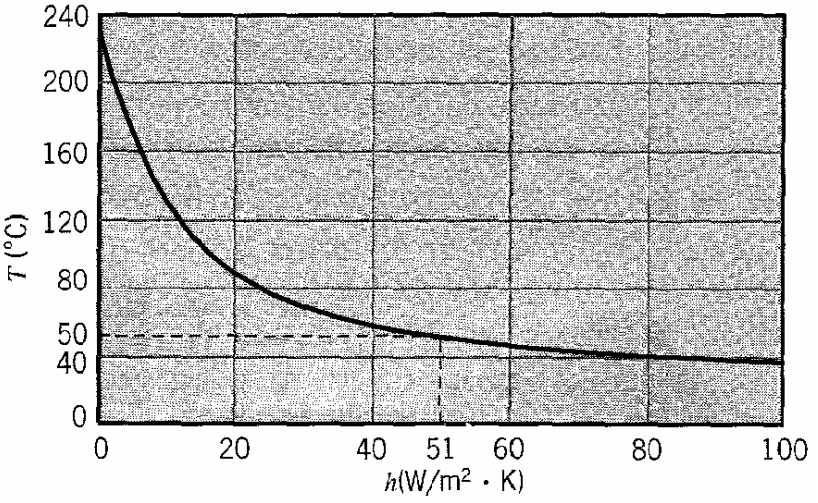
$$T = 377\,K = 104^o C$$

2. Al resolver el balance de energía anterior para valores seleccionados de *h* en el rango establecido y elaborar gráficas de los resultados, obtenemos el gráfico de mas abajo. Si se desea una temperatura de curación de 50°C, el flujo de aire debe proporcionar un coeficiente de convección de h(T = 50°C) = 51.0 W/m^2·K

Comentarios:

1. La temperatura del recubrimiento (placa) se reduce disminuyendo T_∞ y T_{alr}, así como también aumentando la velocidad del aire y con ello el coeficiente de convección.

2. Las contribuciones relativas de la convección y la radiación a la transferencia de calor de la placa varían mucho con h. Para h = 2 W/m^2·K, T = 477 K y domina la radiación ($q''_{rad} \approx 1232 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$, $q''_{conv} \approx 368 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$). De manera inversa, para h = 200 W/m^2·K, T = 301 K y domina la convección ($q''_{conv} \approx 1606 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$, $q''_{rad} \approx -6 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$). De hecho, para esa condición la temperatura de la placa es ligeramente menor que la de los alrededores y el intercambio de radiación neta fluye hacia la placa.



1.5

Relevancia de la transferencia de calor

A través del tiempo, la transferencia de calor ha sido en verdad un tema relevante, para no mencionar que es en sí parte fascinante de las ciencias de la ingeniería. Dedicaremos mucho tiempo al aprendizaje de los efectos de la transferencia de calor y de las técnicas necesarias para predecir velocidades de transferencia de calor. ¿Cuál es el valor de este conocimiento y a qué clase de problemas puede aplicarse?

Los fenómenos de transferencia de calor tienen un papel importante en muchos problemas industriales y ambientales. Por ejemplo, considere el área vital de la producción y conversión de energía. No hay una sola aplicación en esta área que no implique efectos de transferencia de calor de alguna manera. En la generación de potencia eléctrica —ya sea mediante fisión o fusión nuclear—, la combustión de combustibles fósiles, los procesos magnetohidrodinámicos o el uso de fuentes de energía geotérmica, hay numerosos problemas de transferencia de calor que deben resolverse. Estos problemas incluyen procesos de conducción, convección y radiación que se relacionan con el diseño de sistemas como calderas, condensadores y turbinas. A menudo nos vemos en la necesidad de maximizar las velocidades de transferencia de calor y mantener la integridad de los materiales en ambientes de alta temperatura.

En una escala más pequeña hay muchos problemas de transferencia de calor relacionados con el desarrollo de sistemas de conversión de energía solar para calentamiento de espacios, así como para la producción de energía eléctrica. Los procesos de transferencia de calor también afectan al funcionamiento de sistemas de propulsión, como los motores de combustión interna, de turbinas de gas y propulsión de cohetes.

Los problemas de transferencia de calor surgen en el diseño de sistemas de calentamiento de espacios convencionales y de agua, en el diseño de incineradores y de equipo de almacenamiento criogénico, en el enfriamiento de equipo electrónico, en el diseño de sistemas de refrigeración y de acondicionamiento de aire y en muchos procesos de producción. La transferencia de calor también es relevante para la contaminación del aire y del agua e influye fuertemente en el clima local y global.

1.6

Unidades y dimensiones

Las cantidades físicas de la transferencia de calor se especifican en términos de dimensiones, que se miden en términos de unidades. Se requieren cuatro dimensiones básicas para el desarrollo de la transferencia de calor: longitud (L), masa (M), tiempo (t), y temperatura (T). Todas las otras cantidades físicas de interés se relacionan con estas cuatro dimensiones básicas.

En Estados Unidos es costumbre medir dimensiones en términos del *sistema inglés de unidades*, para el que las *unidades base* son

Dimensión		**Unidad**
Longitud (L)	→	pie (ft)
Masa (M)	→	libra masa (lb_m)
Tiempo (t)	→	segundo (s)
Temperatura (T)	→	grados Fahrenheit (°F)

Las unidades que se requieren para especificar otras cantidades físicas se infieren de este grupo. Por ejemplo, la dimensión de fuerza se relaciona con la masa a través de la segunda ley de movimiento de Newton,

$$F = \frac{1}{g_c} M\, a \tag{1.14}$$

donde la aceleración a tiene unidades de pie por segundo cuadrado, y g_c es una constante de proporcionalidad. Si esta constante se fija de manera arbitraria igual a la unidad y se hace sin dimensiones, las dimensiones de fuerza son $(F) = (M)\cdot(L)/(t)^2$ y la unidad de fuerza es

$$1 \text{ poundal} = 1 \text{ lb}_m\cdot\text{pie/s}^2$$

Como alternativa, es posible trabajar con un sistema de dimensiones básicas que incluya masa y fuerza. Sin embargo, en este caso la constante de proporcionalidad debe tener las dimensiones $(M)\cdot(L)/(F)\cdot(t)^2$. Es más, si se define la libra fuerza (lb_f) como una unidad de fuerza que acelerará una libra masa a 32.17 pies/s^2, la constante de proporcionalidad debe tener la forma

$$g_c = 32.17 \text{ lb}_m \text{ pies/lb}_f\cdot\text{s}^2$$

Las unidades de trabajo se infieren a partir de esta definición como el producto de una fuerza por una distancia, en cuyo caso las unidades son pie·lb_f. Las unidades de trabajo y energía son, por supuesto, equivalentes, aunque es normal usar la unidad térmica británica (Btu) como la unidad de energía térmica. Una unidad térmica británica elevará la temperatura de 1 lb_m de agua a 68°F en 1°F. Es equivalente a 778.16 pie·lb_f, lo que se denomina *equivalente mecánico del calor*.

En años recientes ha habido una fuerte tendencia hacia el uso mundial de un conjunto estándar de unidades. En 1960, la Undécima Conferencia General de Pesos y Medidas definió el sistema de unidades SI (Système International d'Unités) y lo recomendó como estándar mundial. En respuesta a esta tendencia, se le pidió a la American Society of Mechanical Engineers, ASME, que usara las unidades SI en todas sus publicaciones desde el 1 de julio de 1974. Por esta razón y debido a que es operacionalmente más conveniente que el sistema inglés, el sistema SI se usa para los cálculos de este texto. Sin embargo, ya que por algún tiempo los ingenieros también tendrán que trabajar con resultados expresados en el sistema inglés, los ingenieros deben ser capaces de convertir de un sistema al otro. Para conveniencia del lector se proporcionan factores de

conversión en las cubiertas posteriores del texto.

Las unidades SI *base* que se requieren para este texto se resumen en la tabla 1.2. Con respecto a estas unidades observe que 1 mol es la cantidad de sustancia que tiene tantos átomos o moléculas como átomos hay en 12 g de carbono 12 (^{12}C); éste es el gramo mol (mol). Aunque el sistema SI recomienda el mol como la unidad de cantidad de materia, es más congruente trabajar con el kilogramo mol (kmol, kg-mol). Un kmol es simplemente la cantidad de sustancia que tiene tantos átomos o moléculas como átomos hay en 12 kg de ^{12}C. Mientras el uso sea uniforme dentro de un problema dado, no surgirán dificultades si se usa mol o kmol. El peso molecular de una sustancia es la masa asociada con un mol o kilogramo mol. Para el oxígeno, como ejemplo, el peso molecular M es 16 g/mol o 16 kg/kmol.

Aunque la unidad SI de temperatura es el Kelvin, el uso de la escala Celsius de temperatura aún está muy difundido. Cero en la escala Celsius (0°C) es equivalente a 273.15 K en la escala termodinámica[1], en cuyo caso

$$T(\text{K}) = T(^\circ\text{C}) + 273.15$$

Sin embargo, las diferencias de temperatura son equivalentes para las dos escalas y se denotan como °C o K. Asimismo, aunque la unidad SI de tiempo es el segundo, otras unidades de tiempo (minuto, hora y día) son tan comunes que su uso con el sistema SI se acepta normalmente.

TABLA 1.2 Unidades SI base y complementarias

Cantidad y símbolo	Unidad y símbolo
Longitud (*L*)	metro (m)
Masa (*M*)	kilogramo (kg)
Concentración (*C*)	mol (mol)
Tiempo (*t*)	segundo (s)
Corriente eléctrica (*I*)	ampere (A)
Temperatura termodinámica (*T*)	kelvin (K)
Ángulo plano[a] (θ)	radián (rad)
Ángulo sólido[a] (ω)	estereorradián (sr)

[a] Unidad suplementaria.

Las unidades SI comprenden una forma coherente del sistema métrico. Es decir, todas las unidades restantes se derivan de las unidades base con el uso de fórmulas que no incluyen ningún factor numérico. La tabla 1.3 es una lista de unidades derivadas para cantidades seleccionadas. Observe que la fuerza se mide en Newtons, donde una fuerza de 1 N acelerará una masa de 1 kg a 1 m/s^2. De aquí 1 N = 1 kg m/s^2.

[1]El símbolo de grados se conserva para la designación de la temperatura Celsius (°C), a fin de evitar confusión con el uso de C para la unidad de carga eléctrica (coulomb).

TABLA 1.3 Unidades SI derivadas para cantidades seleccionadas

Cantidad	Nombre y símbolo	Fórmula	Expresión en unidades SI básicas
Fuerza	newton (N)	m · kg/s^2	m · kg/s^2
Presión y esfuerzo	pascal (Pa)	N/m^2	kg/m · s^2
Energía	joule (J)	N · m	m^2 · kg/s^2
Potencia	watt (W)	J/s	m^2 · kg/s^3

La unidad de presión (N/m^2) con frecuencia se denomina pascal. En el sistema SI hay una unidad de energía (térmica, mecánica o eléctrica), llamada joule (J), y 1

J = 1 N·m. La unidad para la velocidad de energía, o potencia, es entonces J/s, donde un joule por segundo es equivalente a un watt (1 J/s = 1 W). Dado que a menudo es necesario trabajar con números extremadamente grandes o pequeños, se introduce un conjunto de prefijos estándar para simplificar los cálculos (tabla 1.4). Por ejemplo, 1 megawatt (MW) = 10^6 W, y 1 micrometro (μm) = 10^{-6} m.

TABLA 1.4 Prefijos multiplicadores

Prefijo	Abreviatura	Multiplicador
pico	p	10^{-12}
nano	n	10^{-9}
micro	μ	10^{-6}
mili	m	10^{-3}
centi	c	10^{-2}
hecto	h	10^{2}
kilo	k	10^{3}
mega	M	10^{6}
giga	G	10^{9}
tera	T	10^{12}

1.7

Resumen

Aunque gran parte del material de este capítulo se analizará con gran detalle, ya debemos tener ahora una noción general razonable de la transferencia de calor; asimismo, debemos estar conscientes de los diversos modos de transferencia y de sus orígenes físicos. Más aún, dada una situación física, tenemos que ser capaces de percibir el relevante fenómeno de transporte.

TABLA 1.5 Resumen de los procesos de transferencia de calor

Modo	Mecanismo(s)	Ecuación o modelo	Número de ecuación	Propiedad de transporte o coeficiente
Conducción	Difusión de energía debido al movimiento molecular aleatorio	$q''_x\ (\mathrm{W/m^2}) = -k\dfrac{dT}{dx}$	(1.1)	$k\ (\mathrm{W/m \cdot K})$
Convección	Difusión de energía debido al movimiento molecular aleatorio más transferencia de energía debido al movimiento global (advección)	$q''\ (\mathrm{W/m^2}) = h(T_s - T_\infty)$	(1.3a)	$h\ (\mathrm{W/m^2 \cdot K})$
Radiación	Transferencia de energía por ondas electromagnéticas	$q''\ (\mathrm{W/m^2}) = \varepsilon\sigma(T_s^4 - T_{\mathrm{alr}}^4)$ o $q\ (\mathrm{W}) = h_r A(T_s - T_{\mathrm{alr}})$	(1.7) (1.8)	ε $h_r\ (\mathrm{W/m^2 \cdot K})$

La importancia de desarrollar esta capacidad no debe subestimarse. Tomará mucho tiempo aprender el uso de las herramientas necesarias para calcular los fenómenos de transferencia de calor. Sin embargo, antes de que comience a usar estas herramientas para resolver problemas prácticos, debe tener la intuición para determinar lo que sucede físicamente. En pocas palabras, debe ser capaz de ver un problema e identificar los fenómenos de transporte pertinentes. El ejemplo y los problemas al final de este capítulo le ayudarán a iniciar su cultivo de esta intuición.

También debe apreciar el significado de las ecuaciones de flujo o modelos y sentirse confiado al utilizarlas para calcular las velocidades de transporte. Estas ecua-

ciones, resumidas en la tabla 1.5, *deben ser aprendidas de memoria*. También hay que reconocer la importancia de las leyes de conservación y la necesidad de identificar de forma cuidadosa los volúmenes de control. Con las ecuaciones de flujo o modelos, las leyes de conservación sirven para resolver numerosos problemas de transferencia de calor.

EJEMPLO 1.7

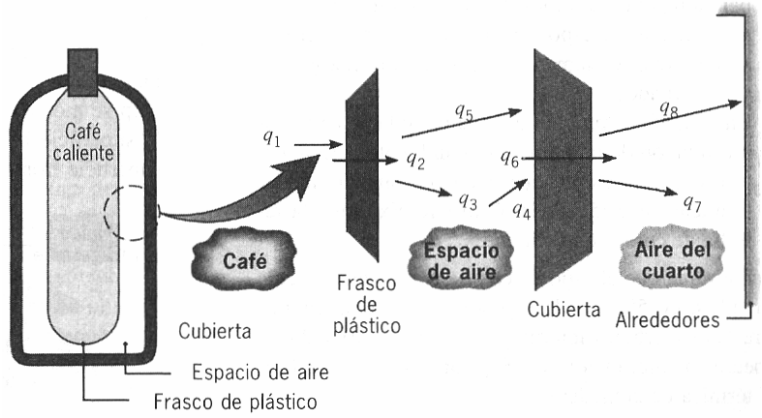
Un recipiente cerrado, lleno de café caliente, se encuentra en un cuarto cuyo aire y paredes están a una temperatura fija. Identifique todos los procesos de transferencia de calor que contribuyen a enfriar el café. Comente las características que contribuirían a un mejor diseño del recipiente.

SOLUCIÓN

Se conoce: El café caliente está separado de sus alrededores más fríos por un frasco de plástico, un espacio de aire y una cubierta de plástico.

Encontrar: Los procesos relevantes de transferencia de calor.

Esquema:



Las trayectorias de la transferencia de energía del café son las siguientes:

q_1: convección libre del café al frasco

q_2: conducción a través del frasco

q_3: convección libre del frasco al aire

q_4: convección libre del aire a la cubierta

q_5: intercambio de radiación neta entre la superficie exterior del frasco y la superficie interior de la cubierta

q_6: conducción a través de la cubierta

q_7: convección libre de la cubierta al aire del cuarto

q_8: intercambio de radiación neta entre la superficie exterior de la cubierta y los alrededores

Comentarios: Las mejoras de diseño se asocian con (1) uso de superficies aluminizadas (baja emisividad) para el frasco y cubierta para reducir la radiación neta, y (2) vaciar el espacio de aire o utilizar un material de relleno para retardar la convección libre.

Problemas

1.1 Un flujo de calor de 3 kW se conduce a través de una sección de un material aislante de área de sección transversal 10 m^2 y espesor 2.5 cm. Si la temperatura de la superficie interna (caliente) es de 415°C y la conductividad térmica del material es 0.2 W/m·K,

¿cuál es la temperatura de la superficie externa?

1.2 Una pared de concreto, que tiene un área superficial de 20 m^2 y 0.30 m de espesor, separa el aire acondicionado de una habitación del aire ambiental. La temperatura de la superficie interna de la pared se mantiene a 25°C, y la conductividad térmica del concreto es 1 W/m·K.

(a) Determine la pérdida de calor a través de la pared para temperaturas ambientes en el rango de -15°C a 38°C, que corresponden a extremos de invierno y verano, respectivamente. Muestre en forma gráfica sus resultados.

(b) En su gráfica, también trace la pérdida de calor como función de la temperatura ambiente para materiales de la pared que tengan conductividades térmicas de 0.75 y 1.25 W/m·K. Explique la familia de curvas que obtiene.

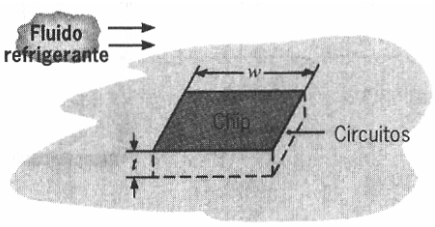
1.3 Se determina que el flujo de calor a través de una tabla de madera de 50 mm de espesor, cuyas temperaturas sobre las superficies interna y externa son 40 y 20°C, respectivamente, es 40 W/m^2. ¿Cuál es la conductividad térmica de la madera?

1.4 Las temperaturas de las superficies interna y externa de una ventana de vidrio de 5 mm de espesor son 15 y 5°C. ¿Cuál es la pérdida de calor a través de una ventana que mide 1×3 m de lado? La conductividad térmica del vidrio es 1.4 W/m·K.

1.5 El compartimiento de un congelador consiste en una cavidad cúbica que tiene 2 m de lado. Suponga que el fondo está perfectamente aislado. ¿Cuál es el espesor mínimo de aislante de espuma de poliuretano (k = 0.030 W/m·K) que debe aplicarse en las paredes superior y laterales para asegurar una carga de calor de menos de 500 W, cuando las superficies interior y exterior están a -10 y 35°C?

1.6 ¿Cuál es el espesor que se requiere de una pared de mampostería que tiene una conductividad térmica de 0.75 W/m·K, si la velocidad del calor será 80% de la velocidad del calor a través de una pared de estructura compuesta que tiene una conductividad térmica de 0.25 W/m·K y un espesor de 100 mm? Ambas paredes están sujetas a la misma diferencia de temperatura superficial.

1.7 Un chip cuadrado de silicio (k = 150 W/m·K) tiene un ancho w = 5 mm de lado y espesor t = 1 mm. El chip se monta en un sustrato de modo que sus lados y la superficie inferior quedan aisladas, mientras que la superficie frontal se expone a un fluido refrigerante.

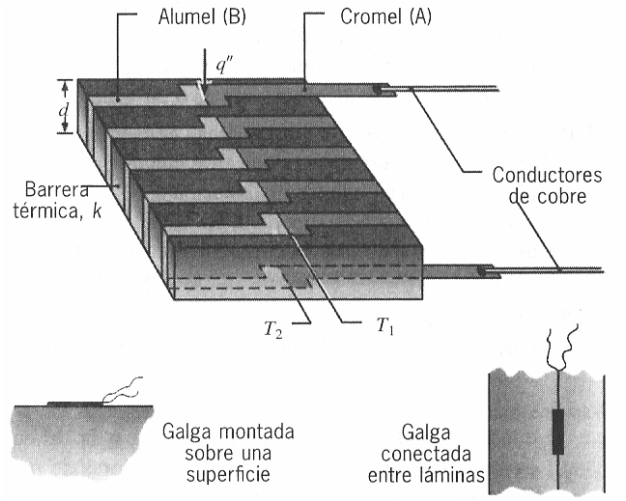


Si se disipan 4 W de los circuitos montados en la superficie posterior del chip, ¿cuál es la diferencia de temperaturas de estado estable entre las superficies inferior y frontal?

1.8 Una galga para medir el flujo de calor en una superficie o a través de un material laminado emplea termopares de película delgada de cromel/alumel (tipo K) depositados sobre las superficies superior e inferior de una plaquita con una conductividad térmica de 1.4 W/m·K y un espesor de 0.25 mm.

(a) Determine el flujo de calor q'' a través de la galga cuando el voltaje de salida en los conductores de cobre es 350 μV. El coeficiente de Seebeck de los materiales tipo K del termopar es aproximadamente 40 μV/°C.

(b) ¿Qué precaución es necesaria al usar una galga de esta naturaleza para medir el flujo de calor a través de la estructura laminada que se muestra en el dibujo?



Convección

1.9 Usted ha experimentado el enfriamiento por convección si alguna vez sacó la mano por la ventana de un vehículo en movimiento o si la sumergió en una corriente de agua. Si la superficie de la mano se considera a una temperatura de 30°C, determine el flujo de calor por convección para (a) una velocidad del vehículo de 35 km/h en aire a -5°C con un coeficiente de convección de 40 W/m^2·K y (b) una velocidad de 0.2 m/s en una corriente de agua a 10°C con un coeficiente de convección de 900 W/m^2·K. ¿En cuál condición se sentiría más frío? Compare estos resultados con una pérdida de calor de aproximadamente 30 W/m^2 en condiciones ambientales normales.

1.10 Sobre un cilindro largo, de 25 mm de diámetro con un calentador eléctrico interno, fluye aire a 40°C. En una serie de pruebas, se realizaron mediciones de la potencia por unidad de longitud, P', que se requiere para mantener la temperatura superficial del cilindro a 300°C, a diferentes velocidades V de la corriente libre del aire. Los resultados son los siguientes:

Velocidad del aire, V (m/s)	1	2	4	8	12
Potencia, P' (W/m)	450	658	983	1507	1963

(a) Determine el coeficiente de convección para cada velocidad, y muestre gráficamente los resultados.

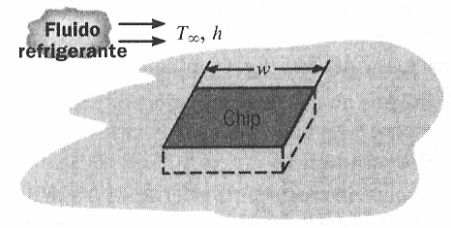
(b) Suponiendo que la dependencia del coeficiente de convección con la velocidad es de la forma $h = C\,V^n$, determine los parámetros C y n a partir de los resultados de la parte (a).

1.11 Un calentador de resistencia eléctrica se encapsula en un cilindro largo de 30 mm de diámetro. Cuando fluye agua con una temperatura de 25°C y velocidad de 1 m/s cruzando el cilindro, la potencia por unidad de longitud que se requiere para mantener la superficie a una temperatura uniforme de 90°C es 28 kW/m. Cuando fluye aire, también a 25°C, pero con una velocidad de 10 m/s, la potencia por unidad de longitud que se requiere para mantener la misma temperatura superficial es 400 W/m. Calcule y compare los coeficientes de convección para los flujos de agua y aire.

1.12 Un calentador eléctrico de cartucho tiene forma cilíndrica de longitud L = 200 mm y diámetro exterior D = 20 mm. En condiciones de operación normal el calentador disipa 2 kW, mientras se sumerge en un flujo de agua que está a 20°C y provee un coeficiente de transferencia de calor por convección de h = 5000 W/m^2·K. Sin tomar en cuenta la transferencia de calor de los extremos del calentador, determine la temperatura superficial T_s. Si el flujo de agua cesa sin advertirlo mientras el calentador continúa ope-

rando, la superficie del calentador se expone al aire que también está a 20°C, pero para el que h = 50 W/m^2·K. ¿Cuál es la temperatura superficial correspondiente? ¿Cuáles son las consecuencias de tal evento?

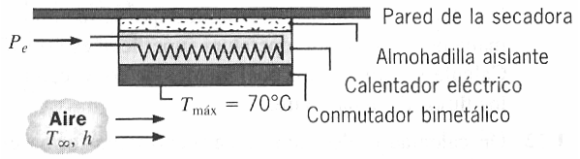
1.13 Un chip cuadrado isotérmico tiene un ancho w = 5 mm de lado y está montado en un sustrato de modo que sus superficies lateral e inferior estén bien aisladas, mientras que la superficie frontal se expone a la corriente de un fluido refrigerante a T_∞ = 15°C. A partir de consideraciones de confiabilidad, la temperatura del chip no debe exceder T = 85°C.



Si el fluido refrigerante es aire y el coeficiente de convección correspondiente es h = 200 W/m^2·K, ¿cuál es la potencia máxima admisible del chip? Si el fluido refrigerante es un líquido dieléctrico para el que h = 3000 W/m^2·K, ¿cuál es la potencia máxima admisible?

1.14 Se propone el uso de la colisión de chorros de aire como medio de enfriar de manera efectiva chips lógicos de alta potencia en una computadora. Sin embargo, para que la técnica se pueda aplicar debe conocerse el coeficiente de convección asociado con el chorro que choca contra la superficie de un chip. Diseñe un experimento que sirva para determinar los coeficientes de convección asociados con el choque de un chorro de aire sobre un chip que mide aproximadamente 10 mm por 10 mm de lado.

1.15 El control de temperatura para una secadora de ropa consiste en un conmutador bimetálico montado sobre un calentador eléctrico unido a una almohadilla aislante instalada en la pared.



El conmutador se fija para abrirse a 70°C, que es la temperatura máxima del aire de secado. A fin de operar la secadora a una temperatura de aire más baja, se suministra potencia suficiente al calentador de modo que el conmutador alcance 70°C ($T_{máx}$) cuando la temperatura del aire T_∞ sea menor que $T_{máx}$. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección entre el aire y la superficie expuesta del conmutador de 30 mm^2 es 25 W/m^2·K, ¿cuánta potencia de calentamiento Pe se requiere cuando la temperatura deseada del aire es T_∞ = 50°C?

1.16 El coeficiente de transferencia de calor por convección libre sobre una placa delgada vertical caliente en aire quieto se determina observando el cambio en la temperatura de la placa al paso del tiempo, a medida que ésta se enfría. Suponiendo que la placa es isotérmica y que el intercambio de radiación con sus alrededores es insignificante, evalúe el coeficiente de convección en el momento en que la temperatura de la placa es de 225°C y que el cambio en la temperatura de la placa con el tiempo (dT/dt) es -0.022 K/s. La temperatura del aire ambiente es de 25°C y la placa mide 0.3×0.3 m con una masa de 3.75 kg y un calor específico de 2770 J/kg·K.

Radiación

1.17 Una sonda interplanetaria esférica de 0.5 m de diámetro contiene dispositivos electrónicos que disipan 150 W. Si la superficie de la sonda tiene una emisividad de 0.8, y la sonda no recibe radiación de otras superficies como, por ejemplo, del Sol, ¿cuál es la temperatura de la superficie?

1.18 Un paquete de instrumentación tiene una superficie exterior esférica de diámetro D = 100 mm y emisividad ε = 0.25. El paquete se coloca en una cámara de simulación espacial grande cuyas paredes se mantienen a 77 K. Si la operación de los componentes electrónicos se restringe al rango de temperaturas $40 \le T \le 85$°C, ¿cuál es el rango de disipación aceptable de potencia para el paquete? Muestre los resultados en forma gráfica, y también el efecto de las variaciones en la emisividad al considerar valores de 0.20 y 0.30.

1.19 Una superficie de 0.5 m^2 de área, emisividad 0.8, y 150°C de temperatura se coloca en una cámara grande al vacío cuyas paredes se mantienen a 25°C. ¿Cuál es la velocidad a la que la superficie emite radiación? ¿Cuál es la velocidad neta a la que se intercambia radiación entre la superficie y las paredes de la cámara?

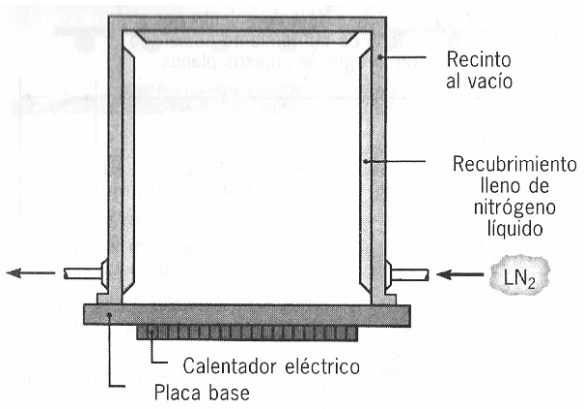
1.20 Si $T_s \approx T_{alr}$ en la ecuación 1.9, el coeficiente de transferencia de calor por radiación puede aproximarse como $h_{r,a} = 4\varepsilon\sigma\overline{T}^3$ donde $\overline{T} \equiv \left(T_s + T_{\text{alr}}\right)/2$. Deseamos evaluar la validez de esta aproximación comparando los valores de h_r y $h_{r,\,a}$ para las siguientes condiciones. En cada caso represente los resultados en forma gráfica y comente la validez de la aproximación.

(a) Considere una superficie de aluminio pulido (ε = 0.05) o pintura negra (ε = 0.9), cuya temperatura puede exceder la de los alrededores (T_{alr} = 25°C) en 10 a 100°C. También compare sus resultados con los valores del coeficiente asociado con la convección libre en aire ($T_\infty = T_{\text{alr}}$), donde h (W/m^2·K) = 0.98 $\Delta T^{1/3}$.

(b) Considere condiciones iniciales relacionadas con la colocación de una pieza a T_s = 25°C en un horno grande cuya temperatura de las paredes varía en el rango $100 \le T_{\text{alr}} \le$ 1000°C. De acuerdo con el terminado o recubrimiento de la superficie, la emisividad tomará los valores 0.05, 0.2 y 0.9. Para cada emisividad, elabore una gráfica del error relativo, $(h_r - h_{r,\,a})/h_r$, como función de la temperatura del horno.

1.21 Considere las condiciones del problema **1.13**. Con transferencia de calor por convección al aire, se encuentra que la potencia máxima permisible del chip es 0.35 W. Si también se considera la transferencia neta de calor por radiación de la superficie del chip a alrededores a 15°C, ¿cuál es el porcentaje de aumento en la potencia máxima permisible en el chip proporcionada por esta consideración? La superficie del chip tiene una emisividad de 0.9.

1.22 Un sistema al vacío, como los que se usan para la deposición eléctrica por sublimación catódica de películas delgadas conductoras en microcircuitos, consta de una placa base sostenida por un calentador eléctrico a 300 K y un recubrimiento dentro del recinto que se mantiene a 77 K mediante un circuito refrigerante de nitrógeno líquido. La placa base, aislada en el lado inferior, tiene 0.3 m de diámetro y una emisividad de 0.25.



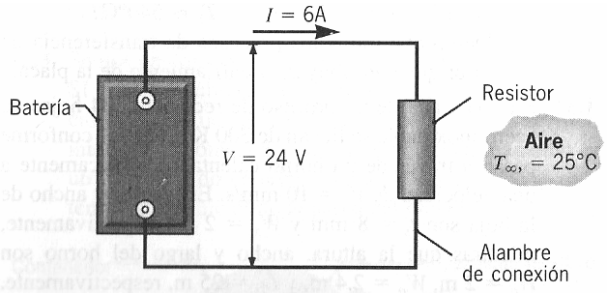
(a) ¿Qué potencia eléctrica debe proporcionarse al calentador de la placa base?

(b) ¿A qué flujo debe suministrarse el nitrógeno líquido al recubrimiento si su entalpía de vaporización es 125 kJ/kg?

(c) Para reducir el consumo de nitrógeno líquido, se propone unir una placa delgada de hoja de aluminio ($\varepsilon = 0.09$) a la placa base. ¿Tendrá esto el efecto que se desea?

Balance de energía y efectos multimodales

1.23 Se conecta un resistor eléctrico a una batería, como se muestra en el esquema. Después de una breve fluctuación transitoria, la resistencia toma una temperatura de estado estable casi uniforme de 95°C, mientras que la batería y los alambres de conexión permanecen a la temperatura ambiente de 25°C. No tome en cuenta la resistencia eléctrica de los alambres de conexión.

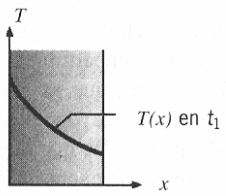


(a) Considere el resistor como un sistema alrededor del cual se coloca una superficie de control y se aplica la ecuación 1.11a. Determine los valores correspondientes de $\dot{E}_{ent}$(W), $\dot{E}_g$(W), $\dot{E}_{sal}$(W), y $\dot{E}_{alm}$(W). Si se coloca una superficie de control alrededor del sistema entero, ¿cuáles son los valores de $\dot{E}_{ent}$, $\dot{E}_g$, $\dot{E}_{sal}$, y $\dot{E}_{alm}$.

(b) Si se disipa energía eléctrica de manera uniforme dentro del resistor, que es un cilindro de diámetro $D = 60$ mm y longitud $L = 25$ mm, ¿cuál es la velocidad de generación de calor volumétrica, $\dot{q}$ (W/m^3)?

(c) Sin tener en cuenta la radiación del resistor, ¿cuál es el coeficiente de convección?

1.24 La variación de temperatura con la posición en una pared se muestra abajo para un tiempo específico, t_1, durante un proceso transitorio (variante con el tiempo).



¿La pared se está calentando o enfriando?

1.25 Una esfera sólida de diámetro $D = 1$ m y emisividad superficial $\varepsilon = 0.30$ se precalienta y después se suspende en una cámara grande de vacío enfriada criogénicamente, cuyas superficies interiores se mantienen a 80 K. ¿Cuál es la velocidad de cambio de la energía almacenada por el sólido cuando su temperatura es 600 K?

1.26 Una esfera sólida de aluminio de emisividad ε está inicialmente a una temperatura elevada y se enfría colocándola en una cámara. Las paredes de la cámara se mantienen a una temperatura baja, y se hace circular un gas frío a través de la cámara. Obtenga una ecuación que sirva para predecir la variación de la temperatura del aluminio con el tiempo durante el proceso de enfriamiento. No intente obtener la solución.

1.27 Una placa de aluminio de 4 mm de espesor se monta en posición horizontal, con su superficie inferior bien aislada. Se aplica un recubrimiento delgado especial a la super-

ficie superior que absorbe 80% de cualquier radiación solar incidente, mientras tiene una emisividad de 0.25. Se sabe que la densidad ρ y el calor específico c del aluminio son 2700 kg/m^3 y 900 J/Kg·K, respectivamente.

(a) Considere las condiciones para las que la placa está a una temperatura de 25°C y la superficie superior se expone súbitamente al aire ambiente a T = 20°C y a radiación solar que proporciona un flujo incidente de 900 W/m^2. El coeficiente de transferencia de calor por convección entre la superficie y el aire es h = 20 W/m^2·K. ¿Cuál es la velocidad inicial de cambio de la temperatura de la placa?

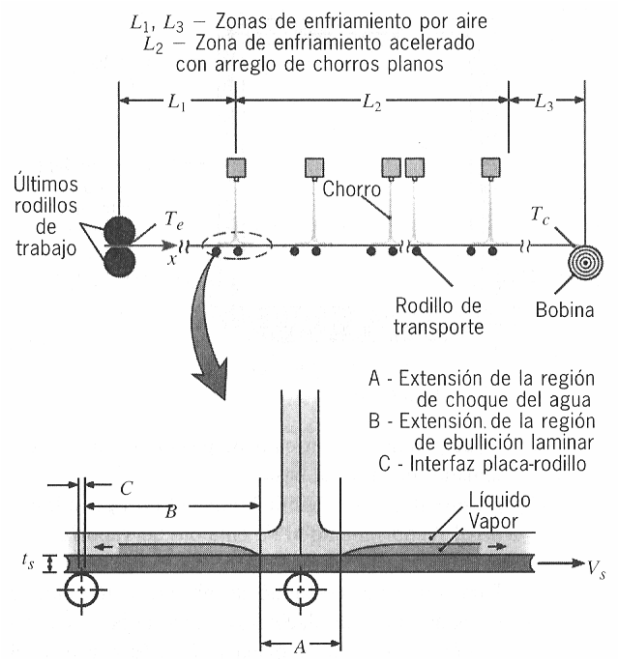
(b) ¿Cuál será la temperatura de equilibrio de la placa cuando se alcancen las condiciones de estado estable?

(c) Las propiedades radiactivas de la superficie dependen de la naturaleza específica del recubrimiento aplicado. Calcule y elabore una gráfica de la temperatura de estado estable como función de la emisividad para $0.05 \leq \varepsilon \leq 1$, mientras todas las demás condiciones permanecen como se estableció. Repita los cálculos para valores de α_s = 0.5 y 1.0 y elabore una gráfica de los resultados con los que se obtuvieron para α_s = 0.8. Si la finalidad es maximizar la temperatura de la placa, ¿cuál es la combinación más deseable de emisividad de placa y su absortividad, debido a la radiación solar?

1.28 En una estación espacial orbital, un paquete electrónico se almacena en un compartimiento que tiene un área superficial A_s = 1 m^2, que se expone al espacio. En condiciones normales de operación, los dispositivos electrónicos disipan 1 kW, que debe transferirse en su totalidad de la superficie expuesta al espacio. Si la emisividad de la superficie es 1.0 y la superficie no se expone al sol, ¿cuál es su temperatura de estado estable? Si la superficie se expone a un flujo solar de 750 W/m^2 y su absortividad a la radiación solar es 0.25, ¿cuál es su temperatura de estado estable?

1.29 El consumo de energía relacionado con un calentador de agua doméstico tiene dos componentes: (i) la energía que debe suministrarse para llevar la temperatura del agua de la red de abastecimiento a la temperatura de almacenamiento del calentador, conforme se introduce para reemplazar el agua caliente que se ha usado, y (ii) la energía necesaria para compensar las pérdidas de calor que ocurren mientras el agua se almacena a la temperatura establecida. En este problema, evaluaremos el primero de esos componentes para una familia de cuatro personas, cuyo consumo diario de agua caliente es aproximadamente 100 galones. Si el agua de la red está disponible a 15°C, ¿cuál es el consumo anual de energía relacionado con el calentamiento del agua a una temperatura de almacenamiento de 55°C? Para un costo unitario de potencia eléctrica de $0.08/kWh, ¿cuál es el costo anual asociado con el suministro de agua caliente por medio de (a) calentamiento con resistencia eléctrica o (b) una bomba de calor que tiene un COP de 3 y una eficiencia de compresor (conversión de energía eléctrica a trabajo mecánico) de 85 por ciento?

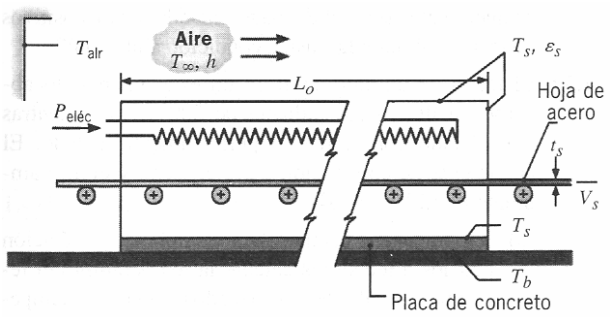
1.30 El laminado en caliente es un proceso en el que se aplanan lingotes de acero sucesivamente a su paso por una serie de rodillos de compresión. Del último conjunto de rodillos salen tiras (hojas) de metal que se enfrían a medida que se desplazan por los rodillos de transporte antes de ser enrolladas. Es posible identificar tres zonas de enfriamiento. Precisamente adelante del último conjunto de rodillos y poco antes de la bobina, hay regiones en las que la tira se expone a los alrededores fríos. Entre estas regiones, hay una zona de enfriamiento acelerado en la que se lanzan chorros planos de agua sobre la tira. El agua se mantiene en fase líquida a través de gran parte de la región de choque del chorro, pero las grandes temperaturas de la placa inducen la ebullición y la producción de un manto de vapor en una región de ebullición laminar.



(a) Para la producción de tiras de acero bajo en cromo (ρ = 7840 kg/m^3, c = 970 J/kg·K), las condiciones de operación representativas corresponden a una temperatura de salida del rodillo de compresión de $T(x = 0) = T_e$ = 940°C, una temperatura del agua de 25°C en los chorros de choque, y una velocidad de la tira, ancho y espesor de V_s = 10 m/s, W_s = 2 m, y t_s = 4 mm, respectivamente. ¿Cuál es la velocidad a la que debe extraerse calor de la tira para alcanzar una temperatura de bobinado de la tira de $T(x = L_1 + L_2 + L_3) = T_c$ = 540°C?

(b) Identifique todos los procesos de transferencia de calor que contribuyen al enfriamiento de la placa.

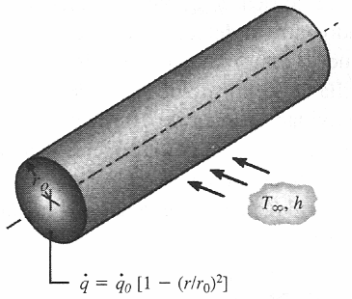
1.31 En una etapa de un proceso de recocido, 304 hojas de acero inoxidable se llevan de 300 K a 1250 K conforme pasan a través de un horno calentado eléctricamente a una velocidad de V_s = 10 mm/s. El espesor y ancho de la hoja son t_s = 8 mm y W_s = 2 m, respectivamente, mientras que la altura, ancho y largo del horno son H_0 = 2 m, W_0 = 2.4 m, y L_0 = 25 m, respectivamente. La parte superior y cuatro lados del horno se exponen al aire ambiental y a alrededores, cada uno a 300 K, y la temperatura de la superficie, coeficiente de convección y emisividad respectivos son T_s = 350 K, h = 10 W/m^2·K, y ε_s = 0.8. La superficie inferior del horno también está a 350 K y reposa en una placa de concreto de 0.5 m de espesor cuya base está a 300 K.



Estime la potencia eléctrica, $P_{eléc}$, que se requiere suministrar al horno.

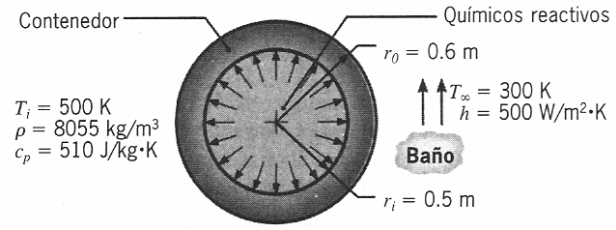
1.32 En un contenedor cilíndrico largo de pared delgada se empacan desechos radiactivos. Estos generan energía térmica de manera no uniforme de acuerdo con la relación $\dot{q} = \dot{q}_0\left[1-\left(r/r_0\right)^2\right]$, donde $\dot{q}$ es la velocidad local de generación de energía por unidad de

volumen, $\dot{q}_0$, es una constante, y r_0 es el radio del contenedor. Las condiciones de estado estable se mantienen sumergiendo el contenedor en un líquido que está a T_∞ y proporciona un coeficiente de convección h uniforme.



Obtenga una expresión para la velocidad total a la que se genera energía por unidad de longitud del contenedor. Aproveche este resultado y obtenga una expresión para la temperatura T_s de la pared del contenedor.

1.33 Se usa un contenedor esférico de acero inoxidable (AISI 302) para almacenar químicos reactivos que proporcionan un flujo de calor uniforme q_i'' a la superficie interior. El contenedor se sumerge repentinamente en un baño líquido de temperatura $T_\infty < T_i$, donde T_i es la temperatura inicial de la pared del contenedor.

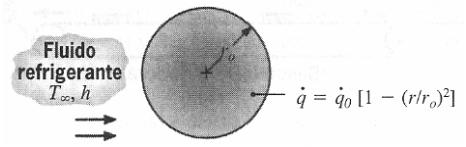


(a) Suponiendo gradientes de temperatura insignificantes en la pared del contenedor y un flujo de calor constante q_i'', desarrolle una ecuación que gobierne la variación de la temperatura de la pared con el tiempo durante el proceso transitorio. ¿Cuál es la velocidad inicial de cambio de la temperatura de la pared si $q_i'' = 10^5$ W/m^2?

(b) ¿Cuál es la temperatura de estado estable de la pared?

(c) El coeficiente de convección depende de la velocidad asociada con el flujo de fluido sobre el contenedor y de si la temperatura de la pared es o no suficientemente grande para inducir la ebullición en el líquido. Calcule y elabore una gráfica de la temperatura de estado estable como función de h para el rango $100 \le h \le 10000$ W/m^2·K. ¿Existe un valor de h por debajo del cual la operación resulte inaceptable?

1.34 En un contenedor esférico de pared delgada se empacan desechos radiactivos. Estos generan energía térmica de manera no uniforme de acuerdo con la relación $\dot{q} = \dot{q}_0\left[1-\left(r/r_0\right)^2\right]$, donde $\dot{q}$



es la velocidad local de generación de energía por unidad de volumen, $\dot{q}_0$, es una constante, y r_0 es el radio del contenedor. Las condiciones de estado estable se mantienen sumergiendo el contenedor en un líquido que está a T_∞ y proporciona un coeficiente de convección h uniforme.

Obtenga una expresión para la velocidad total a la que se genera energía térmica en el contenedor. Con este resultado obtenga una expresión para la temperatura T_s de la pared del contenedor.

1.35 En un contenedor esférico cuya superficie externa es de 500 mm de diámetro y está a una temperatura de -10°C se almacena oxígeno líquido, que tiene un punto de ebullición de 90 K y un calor latente de vaporización de 214 kJ/kg. El contenedor se almacena en un laboratorio cuyo aire y paredes están a 25°C.

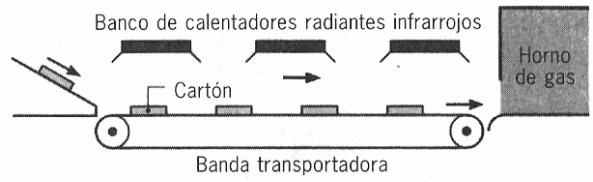
(a) Si la emisividad de la superficie es 0.20 y el coeficiente de transferencia de calor asociado con la convección libre en la superficie externa del contenedor es 10 W/m^2·K,

¿cuál es el flujo, en kg/s, al que se debe descargar vapor de oxígeno del sistema?

(b) La humedad en el ambiente tendrá como resultado formación de escarcha en el contenedor, lo que causará que la emisividad de la superficie aumente. Suponiendo que la temperatura de la superficie y el coeficiente de convección permanecen a -10°C y 10 W/m^2·K, respectivamente, calcule la rapidez de evaporación de oxígeno (kg/s) como función de la emisividad de la superficie sobre el rango $0.2 \leq \varepsilon \leq 0.94$.

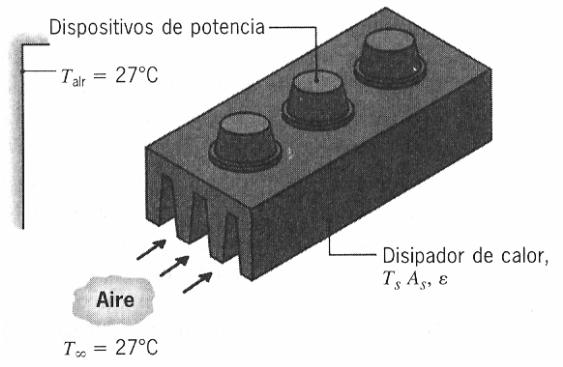
1.36 Un trozo de hielo en un contenedor de paredes delgadas de 10 mm de espesor y 300 mm por lado se coloca en una almohadilla bien aislada. En la superficie superior, el hielo se expone al aire ambiental para el que T_∞ = 25°C y el coeficiente de convección es 25 W/m^2·K. Sin tomar en cuenta la transferencia de calor de los lados y suponiendo que la mezcla de hielo-agua permanece a 0°C, ¿cuánto tiempo tardará en fundirse por completo el hielo? La densidad y calor latente de fusión del hielo son 920 kg/m^3 y 334 kJ/kg, respectivamente.

1.37 Siguiendo el vacío caliente que forma una mezcla de pulpa de papel, el producto, un cartón de huevo, se transporta por una banda 18 s hacia la entrada de un horno de gas donde se seca a un contenido final deseado de agua. Para aumentar la productividad de la línea, se propone que se instale sobre la banda un banco de calentadores de radiación infrarroja, que proporciona un flujo radiante uniforme de 5000 W/m^2. El cartón tiene un área expuesta de 0.0625 m^2 y una masa de 0.220 kg, 75% de la cual es agua después del proceso de formación.



El jefe de ingenieros de su planta aprobará la compra de los calentadores si el contenido de agua del cartón se reduce de 75 a 65%. ¿Recomendaría la compra? Suponga que el calor de vaporización del agua es h_{fg} = 2400 kJ/kg.

1.38 Unos dispositivos electrónicos de potencia se montan en un disipador de calor que tiene un área de superficie expuesta de 0.045 m^2 y una emisividad de 0.80.



Cuando los dispositivos disipan una potencia total de 20 W y el aire y los alrededores están a 27°C, la temperatura promedio del disipador es de 42°C. ¿Cuál temperatura promedio alcanzará el disipador cuando los dispositivos disipen 30 W para la misma condición ambiental?

1.39 El techo de un automóvil en un estacionamiento absorbe un flujo solar radiante de 800 W/m^2, mientras que el lado contrario está perfectamente aislado. El coeficiente de convección entre el techo y el aire ambiente es 12 W/m^2·K.

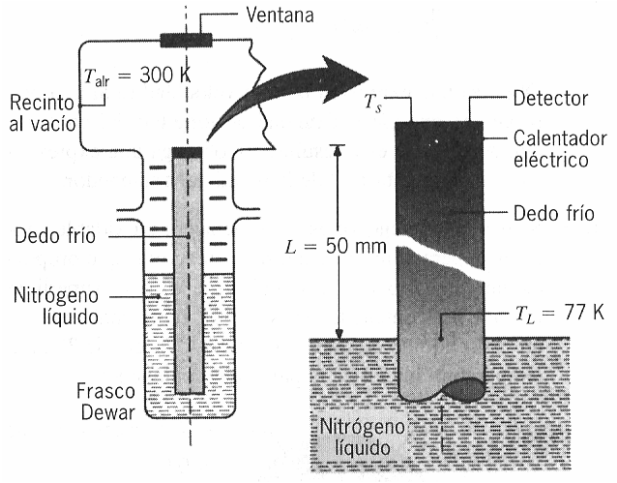
(a) Sin tomar en cuenta el intercambio de radiación con los alrededores calcule la tem-

peratura del techo bajo condiciones de estado estable si la temperatura del aire ambiente es 20°C.

(b) Para la misma temperatura del aire ambiental, calcule la temperatura del techo si la emisividad de la superficie es 0.8.

(c) El coeficiente de convección depende de las condiciones del flujo de aire sobre el techo, y se incrementa con el aumento de la velocidad del aire. Calcule y elabore una gráfica de la temperatura de placa como función de h para $2 \leq h \leq 200$ W/m^2·K.

1.40 La temperatura de operación de un detector infrarrojo para un telescopio espacial se controla ajustando la potencia eléctrica, $q_{\text{eléc}}$, para un calentador delgado intercalado entre el detector y el "dedo frío" cuyo extremo opuesto está inmerso en nitrógeno líquido a 77 K. La varilla del dedo frío de 5 mm de diámetro tiene una conductividad térmica de 10 W/m·K y se extiende 50 mm sobre el nivel del nitrógeno líquido en un frasco Dewar. Suponga que la superficie del detector tiene una emisividad de 0.9 y el vacío del recinto se mantiene a 300 K.



(a) ¿Cuál es la temperatura del detector cuando no se suministra ninguna potencia al calentador?

(b) ¿Qué potencia de calentamiento se requiere para mantener al detector a 195 K?

(c) Calcule y elabore una gráfica de la potencia de calentamiento requerida para mantener una temperatura de detector de 195 K como función de la conductividad térmica del dedo frío para $0.1 \leq k \leq 400$ W/m·K. Seleccione un material adecuado del dedo que permita mantener la temperatura establecida del detector a un nivel bajo de consumo de potencia.

1.41 Considere el sistema físico que se describe en el ejemplo 1.5 bajo condiciones en las que los gases de combustión están a 1300°C y la transferencia de calor por convección de los gases a la superficie interna se caracteriza por un coeficiente de convección de $h_1 = 50$ W/m^2·K. La pared del horno está construida con un ladrillo de sílice diatómico para el que $k = 0.3$ W/m·K y $\varepsilon = 0.8$, mientras que el medio circundante permanece a 25°C. El intercambio de radiación entre los gases de combustión y la superficie interior se puede dejar de lado. Calcule y elabore una gráfica de las temperaturas de las superficies interior y exterior, T_1 y T_2, como función del espesor de la pared ($0.025 \leq L \leq 0.50$ m) para un coeficiente de convección externo de $h_2 = 10$ W/m^2·K y como función del coeficiente de convección ($2 \leq h_2 \leq 50$ W/m^2·K) para $L = 0.15$ m. Sugiera valores de L y h_2 adecuados para mantener a T_2 por debajo de un valor máximo permisible de 100°C.

1.42 Se sabe que el flujo de calor por difusión a través de una pared plana hasta la superficie es 400 W/m^2. Determine la temperatura de la superficie para cada una de las

siguientes condiciones:

(a) Convección entre la superficie y un flujo de aire a 20°C con coeficiente de transferencia de calor $h = 10$ W/m^2·K.

(b) El mismo proceso de convección ocurre junto con transferencia radiativa de calor entre la superficie y los alrededores fríos a -150°C, con un coeficiente de transferencia radiativa $h_r = 5$ W/m^2·K.

1.43 Una superficie cuya temperatura se mantiene a 400°C está separada de un flujo de aire por una capa aislante de 25 mm de espesor, cuya conductividad térmica es 0.1 W/m·K. Si la temperatura del aire es 35°C y el coeficiente de convección entre el aire y la superficie exterior del aislante es 500 W/m^2·K, ¿cuál es la temperatura de esta superficie exterior?

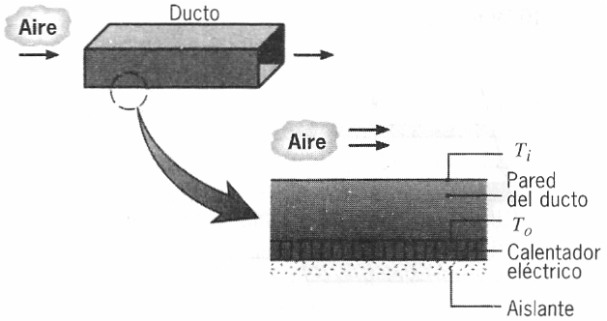
1.44 La pared de un horno que se usa para curar partes de plástico tiene un espesor $L =$ 0.05 m y la superficie externa está expuesta a alrededores y aire, que están a 300 K.

(a) Si la temperatura de la superficie externa es 400 K y el coeficiente de convección y la emisividad son $h = 20$ W/m^2·K y $\varepsilon = 0.8$, respectivamente, ¿cuál es la temperatura de la superficie interna si la pared tiene una conductividad térmica $k = 0.7$ W/m·K?

(b) Considere condiciones en las que la temperatura de la superficie interna se mantiene a 600 K, mientras el aire y los alrededores a los que está expuesta la superficie externa se mantienen a 300 K. Explore los efectos de las variaciones en k, h, y ε sobre (i) la temperatura de la superficie externa, (ii) el flujo de calor a través de la pared y (iii) los flujos de calor asociados con la transferencia de calor por convección y la radiación de la transferencia de calor de la superficie externa. De manera específica, calcule y elabore una gráfica de las variables dependientes anteriores para variaciones paramétricas alrededor de las condiciones base de $k = 10$ W/m·K, $h = 20$ W/m^2·K, y $\varepsilon = 0.5$. Los rangos sugeridos de las variables independientes son $0.1 \le k \le 400$ W/m·K, $2 \le h \le 200$ W/m^2·K, y $0.05 \le \varepsilon \le 1$. Exponga las implicaciones físicas de sus resultados. ¿En qué condiciones la temperatura de la superficie externa será menor que 45°C, lo cual es un límite superior razonable para evitar daños por quemadura si se hace contacto?

1.45 Un experimento para determinar el coeficiente de convección relacionado con el flujo de aire sobre la superficie de un molde grueso de acero implica la inserción de termopares en el molde a una distancia de 10 y 20 mm de la superficie a lo largo de una línea hipotética normal a la superficie. El acero tiene una conductividad térmica de 15 W/m·K. Si los termopares miden temperaturas de 50 y 40°C en el acero cuando la temperatura del aire es 100°C, ¿cuál es el coeficiente de convección?

1.46 Un elemento delgado de calentamiento eléctrico proporciona un flujo de calor uniforme q_0'' a la superficie externa de un ducto a través del cual fluye aire. La pared del ducto tiene un espesor de 10 mm y una conductividad térmica de 20 W/m·K.



(a) En una cierta posición, la temperatura del aire es 30°C y el coeficiente de transferencia de calor por convección entre el aire y la pared interna del ducto es 100 W/m^2·K.

¿Qué flujo de calor q_0'' se requiere para mantener la superficie interna del ducto a T_i = 85°C?

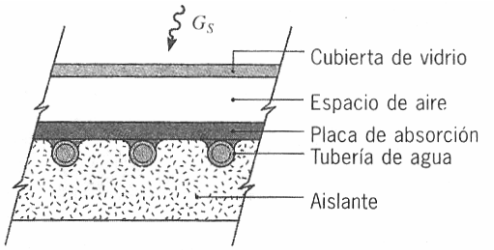
(b) Para las condiciones del inciso (a), ¿cuál es la temperatura (T_0) de la superficie del ducto contigua al calentador?

(c) Con T_i = 85°C, calcule y elabore una gráfica de T_0 como función del coeficiente de convección aire-lado interior h para el intervalo $10 \leq h \leq 200$ W/m^2·K. Analice brevemente sus resultados.

1.47 La superficie de una pared de 10 mm de ancho de acero inoxidable (k = 15 W/m·K) se mantiene a 90°C mediante la condensación de vapor, mientras que la superficie opuesta se expone a un flujo de aire para el que T_∞ = 20°C y h = 25 W/m^2·K. ¿Cuál es la temperatura de la superficie adyacente al aire?

1.48 Una placa de vidrio a 600°C se enfría al pasar aire sobre la superficie de modo que el coeficiente de transferencia de calor por convección es h = 5 W/m^2·K. Para evitar fracturas, se sabe que el gradiente de temperatura no debe exceder 15°C/mm en punto alguno del vidrio durante el proceso de enfriamiento. Si la conductividad térmica del vidrio es 1.4 W/m·K y la emisividad superficial es 0.8, ¿cuál es la temperatura más baja del aire que se puede usar inicialmente para el enfriado? Suponga que la temperatura del aire es igual a la de los alrededores.

1.49 Un flujo solar de 700 W/m^2 incide sobre un colector solar plano que se utiliza para calentar agua. El área del colector es 3 m^2, y 90% de la radiación solar pasa a través de la cubierta de vidrio y es absorbida por la placa de absorción. El colector refleja el 10% restante. Fluye agua por la tubería en la parte posterior de la placa de absorción, y se calienta de una temperatura de entrada T_i a una temperatura de salida T_0. La cubierta de vidrio, que opera a 30°C, tiene una emisividad de 0.94 y experimenta un intercambio de radiación con el espacio abierto a 10°C. El coeficiente de convección entre la cubierta de vidrio y el aire ambiente a 25°C es 10 W/m^2·K.

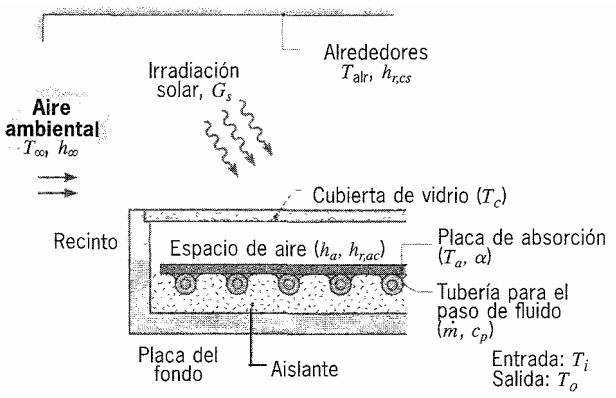


(a) Lleve a cabo un balance de energía general sobre el colector para obtener una expresión de la rapidez a la que se colecta calor útil por unidad de área del colector, q_u''. Determine el valor de q_u''.

(b) Calcule la elevación de temperatura del agua, T_0 - T_i, si el flujo es 0.01 kg/s. Suponga que el calor específico del agua es 4179 J/kg K.

(c) La eficiencia del colector η se define como la razón del calor útil colectado a la rapidez con que incide la energía solar sobre el colector. ¿Cuál es el valor de η?

1.50 Considere un colector solar plano que opera en condiciones de estado estable. La radiación solar incide, por unidad de área superficial del colector, a una rapidez G_s (W/m^2). La cubierta de vidrio es completamente transparente a esta radiación, y la fracción de la radiación absorbida por la placa negra de absorción se designa α (absortividad). La fracción de la radiación no absorbida por la placa de absorción (1 - α) se supone que se refleja a través de la cubierta y regresa a la atmósfera y al espacio. Se obtiene energía útil del colector al pasar un fluido de trabajo a través de una tubería de cobre que está pegada al lado inferior de la placa de absorción. La tubería forma un arreglo en serpentín para el que el fluido, a un flujo constante $\dot{m}$ y calor específico c_p, se calienta de una temperatura de entrada T_i a una temperatura de salida T_0.



Aunque el fondo del colector se supone que está perfectamente aislado (ninguna pérdida de calor), habrá una pérdida de calor de la placa de absorción debido a la convección a través del espacio de aire e intercambio de radiación con la cubierta. Suponiendo que las placas de absorción y de cubierta tienen temperaturas uniformes T_a y T_c, respectivamente, los flujos paralelos de calor por convección y radiación se expresan como $h_a(T_a - T_c)$ y $h_{r,\,ac}(T_a - T_c)$. La cantidad h_a es el coeficiente de transferencia de calor por convección asociado con el espacio de aire, mientras que $h_{r,\,ac}$ es el coeficiente de transferencia de calor por radiación asociado con la combinación placa de absorción-placa de cubierta. La cubierta de vidrio también transfiere calor por convección al aire ambiente $h_\infty(T_c - T_\infty)$, e intercambia energía en la forma de radiación con sus alrededores, $h_{r,\,cs}(T_c - T_{alr})$. La temperatura efectiva del cielo y superficies circundantes vistas por el vidrio de la cubierta es por lo general menor que la temperatura del aire ambiente.

(a) Escriba una ecuación para la velocidad a la que el fluido de trabajo colecta energía útil q_u (W), y exprese los resultados en términos de $\dot{m}$, c_p, T_i y T_0.

(b) Lleve a cabo un balance de energía sobre la placa de absorción. Con este balance obtenga una expresión para q_u en términos de G_s, α, T_a, T_c, h_a, $h_{r,\,ac}$ y A (área de la superficie de las placas de absorción y cubierta).

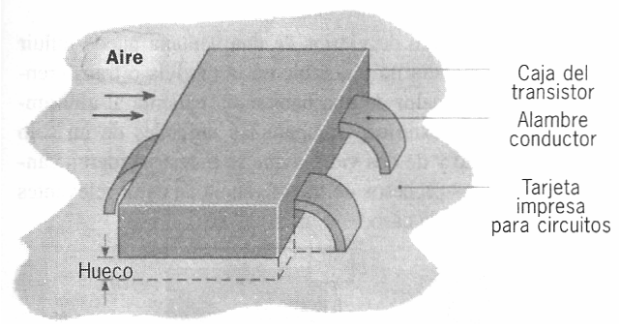
(c) Lleve a cabo un balance de energía sobre la placa de la cubierta.

(d) Haga un balance de energía general sobre todo el colector, trabajando con un volumen de control alrededor del colector. Compare sus resultados con los que se obtienen en las partes (b) y (c).

(e) La eficiencia η del colector se define como la razón del calor útil colectado a la rapidez con que incide la energía solar sobre el colector. Obtenga una expresión para η.

(f) Comente qué efecto tendrá el valor de $\dot{m}$ sobre T_a, T_0 y η. ¿Qué pasaría con T_a si se quitara la placa de la cubierta?

1.51 Considere un transistor montado en superficie sobre una tarjeta impresa para circuitos cuya temperatura se mantiene a 35°C. Fluye aire a 20°C sobre la superficie superior de dimensiones 4 mm por 8 mm con un coeficiente de convección de 50 W/m^2·K. Tres alambres conductores, cada uno de sección transversal 1 mm por 0.25 mm y longitud 4 mm, conducen calor desde la caja a la tarjeta impresa. El hueco entre la caja y la tarjeta es 0.2 mm.



(a) Suponiendo que la caja es isotérmica y sin tomar en cuenta la radiación, estime la

temperatura de la caja cuando el transistor disipa 150 mW y (i) aire estancado o (ii) una pasta conductora llena el hueco. Las conductividades térmicas del alambre conductor, aire y pasta conductora son 25, 0.0263 y 0.12 W/m·K, respectivamente.

(b) Con el uso de la pasta conductora para llenar el hueco, deseamos determinar el punto al que la disipación de calor aumentada se puede acomodar, sujeta a la restricción de que la temperatura de la caja no exceda 40°C. Las opciones incluyen aumentar la velocidad del aire para lograr un mayor coeficiente de convección h y/o cambiar el material del alambre conductor a uno de mayor conductividad térmica. Considerando independientemente los conductores fabricados con materiales cuyas conductividades térmicas sean de 200 y 400 W/m·K, calcule y elabore una gráfica de la disipación de calor máxima admisible para variaciones en h sobre el rango $50 \leq h \leq 250$ W/m^2·K.

Identificación del proceso

1.52 Al analizar el funcionamiento de un sistema térmico el ingeniero debe ser capaz de identificar los procesos de transferencia de calor relevantes. Sólo entonces es posible cuantificar de forma apropiada el comportamiento del sistema. Para los siguientes sistemas, identifique los procesos pertinentes designándolos mediante flechas etiquetadas apropiadamente en un bosquejo del sistema. Conteste las preguntas adicionales que aparecen en el planteamiento del problema.

(a) Identifique los procesos de transferencia de calor que determinan la temperatura de un pavimento de asfalto en un día de verano. Escriba un balance de energía para la superficie del pavimento.

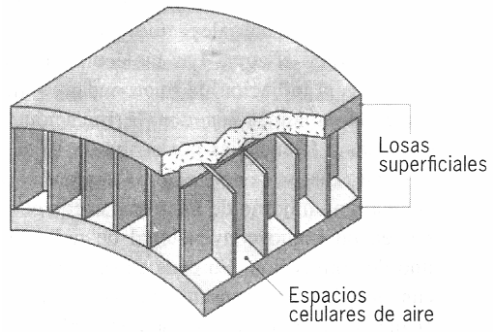
(b) Se sabe que la radiación de microondas es transmitida por plásticos, vidrio y cerámicas, pero es absorbida por materiales que tienen moléculas polares como el agua. Las moléculas de agua expuestas a la radiación de microondas se alinean e invierten la alineación con la radiación de microondas a frecuencias por arriba de 10^9 s^{-1}, ocasionando que se genere calor. Compare el acto de cocinar en un horno de microondas con el de cocinar en un horno convencional de radiación o en uno de convección. En cada caso, ¿cuál es el mecanismo físico responsable de calentar la comida? ¿Cuál horno tiene la mayor eficiencia de utilización de la energía? ¿Por qué? El calentamiento por microondas se está considerando para el secado de ropa. ¿En que diferiría la operación de una secadora de ropa de microondas de la de una secadora convencional? ¿Cuál es probable que tenga la mayor eficiencia de utilización de energía y por qué?

(c) Considere una parte de su cuerpo expuesta (por ejemplo, su antebrazo si viste una playera de manga corta) mientras está sentado en una habitación. Identifique todos los procesos de transferencia de calor que ocurren en la superficie de su piel. Para conservar combustible y recursos, la esposa del ingeniero insiste en mantener el termostato de su casa en 15°C (59°F) en los meses de invierno. El ingeniero es capaz de tolerar esta condición si la temperatura del aire ambiental exterior está por encima de -10°C (14°F), pero se queja de tener frío si la temperatura ambiente cae muy por abajo de este valor. ¿Está imaginando cosas el ingeniero?

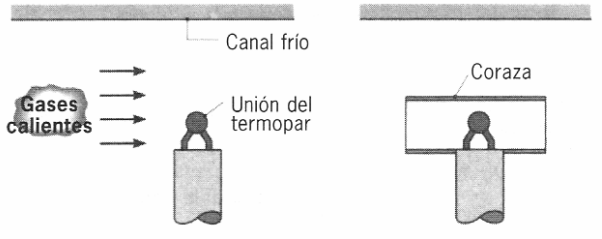
(d) Considere una fuente de luz incandescente que consiste en un filamento de tungsteno encerrado en un bulbo de vidrio lleno de gas. Suponiendo una operación de estado estable con el filamento a una temperatura de aproximadamente 2900 K, elabore una lista de todos los procesos de transferencia de calor pertinentes para (i) el filamento y (ii) el bulbo de vidrio.

(e) Hay considerable interés por desarrollar materiales de construcción con aislamiento de mejor calidad. El desarrollo de tales materiales contribuiría mucho a la conservación de la energía reduciendo los requerimientos de calentamiento espacial. Se sugiere que sería posible obtener calidades estructurales y de aislamiento superiores con el co-

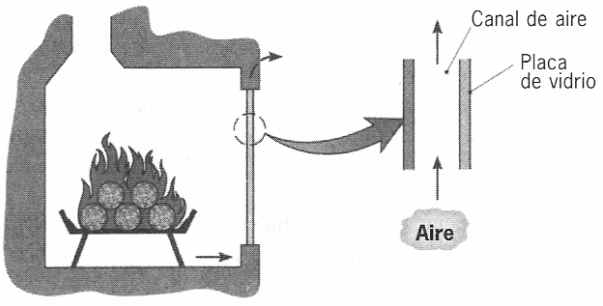
mpuesto que se muestra. El material consiste en un panal, con celdas de sección transversal cuadrada, intercaladas entre losas sólidas. Las celdas están llenas de aire, y las losas, así como la matriz del panal, se fabrican con plásticos de baja conductividad térmica. Identifique todos los procesos de transferencia de calor pertinentes para el funcionamiento del compuesto. Sugiera formas en las que sería posible mejorar este funcionamiento.



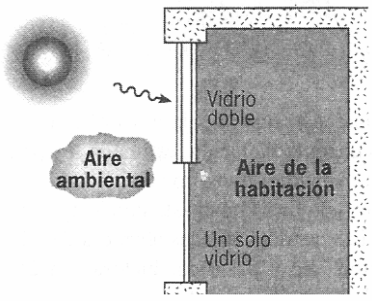
(f) Se usa la unión de un termopar para medir la temperatura de un chorro de gas caliente, que fluye a través de un canal, insertando la unión en el chorro de gas. La superficie del canal se enfría de modo que su temperatura está por debajo de la del gas. Identifique los procesos de transferencia de calor asociados con la superficie de la unión. ¿La unión percibirá una temperatura menor, igual o mayor que la del gas? Una coraza de radiación es un tubo pequeño de extremos abiertos que encierra la unión del termopar, pero que permite el paso del gas. ¿Cómo mejora el uso de tal coraza la precisión de la medición de la temperatura?



(g) Una pantalla de vidrio doble contra fuego se inserta entre el hogar de una chimenea y el interior de una habitación. La pantalla consiste en dos placas verticales de vidrio separadas por un espacio a través del cual puede fluir aire de la habitación (el espacio está abierto en la parte superior y en la inferior). Identifique los procesos de transferencia de calor asociados con la pantalla contra fuego.



1.53 Al considerar los siguientes problemas referentes a la transferencia de calor con el ambiente natural (exterior), se reconoce que la radiación solar tiene componentes de longitud de onda larga y corta. Si esta radiación incide sobre un medio semitransparente, como el agua o el vidrio, le sucederán dos cosas a la parte no reflejada de la radiación. El componente de longitud de onda larga será absorbido en la superficie del medio, mientras que el componente de longitud de onda corta será transmitido por la superficie.

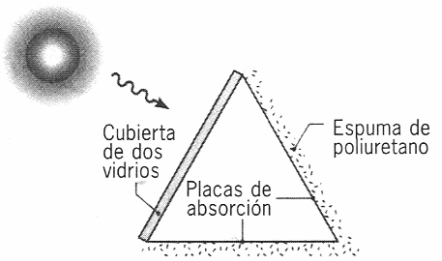


(a) El número de vidrios de una ventana puede influir de manera muy notable en la pérdida o transferencia de calor de una habitación caliente al aire ambiente exterior. Com-

pare las unidades de un solo vidrio y de dos vidrios que se muestran identificando los procesos de transferencia de calor relevantes para cada caso.

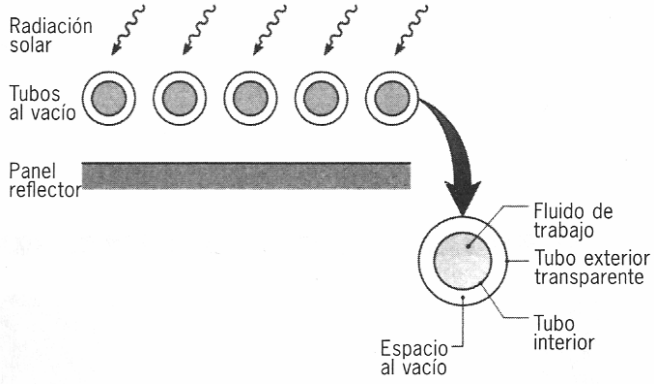
(b) En un colector solar plano típico, la energía se colecta mediante un fluido de trabajo que se hace circular a través de tubos que están en buen contacto con la cara posterior de una placa de absorción. La cara posterior está aislada de los alrededores, y la placa de absorción recibe la radiación solar sobre la cara frontal, que normalmente está cubierta por una o más placas transparentes. Identifique los procesos de transferencia de calor relevantes, primero para la placa de absorción sin cubierta y después para la placa de absorción con cubierta de una sola placa.

(c) El diseño de colector de energía solar que se muestra en la figura siguiente se utiliza en aplicaciones de agricultura. Se hace circular aire a través de una tubería larga de sección transversal que tiene la forma de un triángulo equilátero. Un lado del triángulo se compone de una cubierta semitransparente de dos vidrios, mientras que los otros dos lados están construidos con hojas de aluminio pintadas de negro mate en el lado interno y cubiertas en el exterior con una capa de aislante de espuma de poliuretano. Durante los periodos soleados, el aire que entra en el sistema se calienta para que vaya a un invernadero, una unidad de secado de granos o un sistema de almacenamiento.



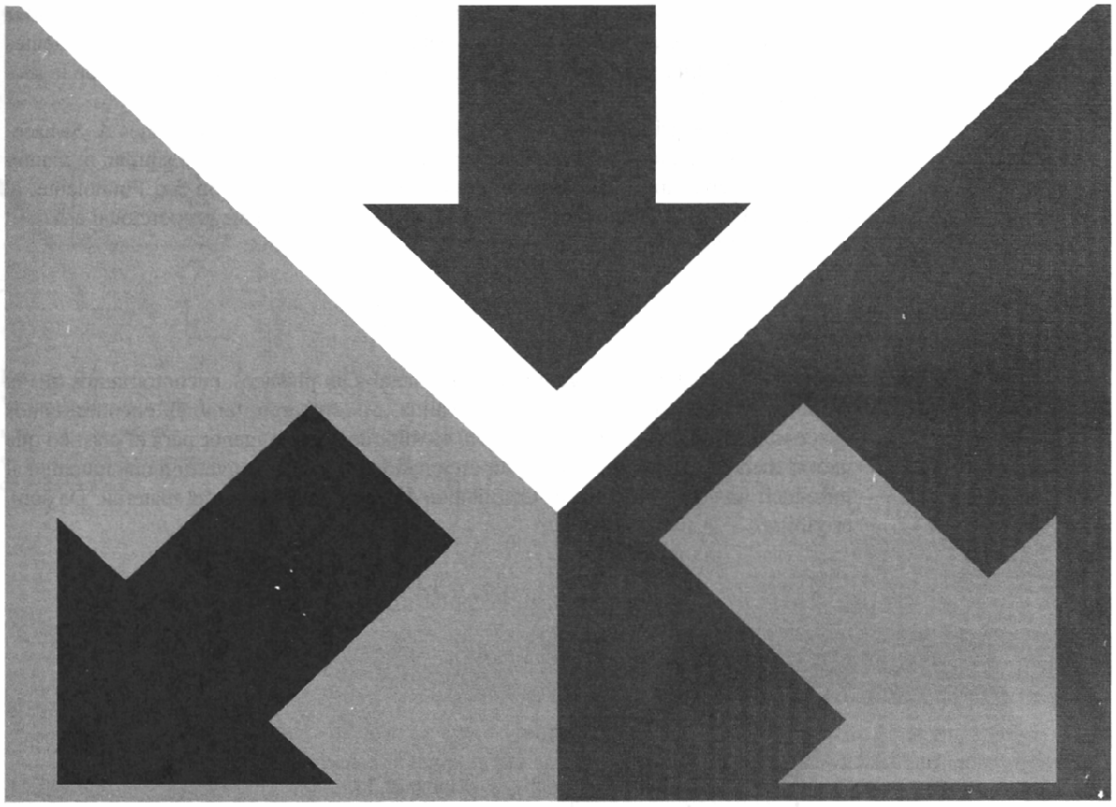
Identifique todos los procesos de transferencia de calor asociados con los vidrios de la cubierta, las placas de absorción y el aire.

(d) Los colectores solares de tubos al vacío son capaces de dar mejor rendimiento en relación con los colectores planos. El diseño consiste en un tubo interior encapsulado en un tubo externo que es transparente a la radiación solar. El espacio anular entre los tubos está al vacío. La superficie opaca exterior del tubo interior absorbe la radiación solar, y un fluido de trabajo pasa por el tubo para colectar la energía solar. El diseño del colector por lo general consiste en una fila de estos tubos acomodados frente a un panel reflector. Identifique todos los procesos de transferencia de calor relevantes para el funcionamiento de este dispositivo.



CAPÍTULO 2

Introducción a la conducción



Recuerde que la conducción (transferencia de calor por difusión) se refiere al transporte de energía en un medio debido a un gradiente de temperatura, y el mecanismo físico es el de la actividad aleatoria atómica o molecular. En este capítulo consideramos con gran detalle la ecuación o modelo de la conducción y la relación de la conservación de la energía con el proceso de conducción. En los capítulos 3 a 5 se verán las aplicaciones, que incluyen varias condiciones geométricas y dependientes del tiempo.

2.1

El modelo para la conducción

Aunque el modelo para la conducción (difusión de energía), la ley de Fourier, se introdujo en la sección 1.2, es apropiado considerar ahora su origen. La ley de Fourier es fenomenológica, es decir, se desarrolla a partir de los fenómenos observados más que derivarse de los principios básicos. Por ello vemos el modelo como una generalización que se basa en numerosas pruebas experimentales. Por ejemplo, considere el experimento de conducción de estado estable de la figura 2.1. Una varilla cilíndrica de material conocido se aísla en la superficie lateral, mientras sus extremos se mantienen a diferentes temperaturas con $T_1 > T_2$. La diferencia de temperatura ocasiona una transferencia de calor por conducción en la dirección x positiva. Podemos medir la rapidez de transferencia de calor q_x, y buscamos determinar cómo q_x depende de las siguientes variables: ΔT, diferencia de temperatura; Δx, longitud de la varilla; y A, área de la sección transversal.

Imaginemos primero que mantenemos ΔT y Δx constantes y variamos A. Si hacemos esto, resulta que q_x es directamente proporcional a A. De manera similar, al mantener ΔT y A constantes, se observa que q_x varía inversamente con Δx. Finalmente, al mantener A y Δx constantes, encontramos que q_x es directamente proporcional a ΔT. El efecto colectivo es entonces

$$q_x \propto A\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Al cambiar el material (por ejemplo, de un metal a un plástico), encontraríamos que la proporcionalidad anterior sigue siendo válida. Sin embargo, también encontraríamos que, para valores iguales de A, Δx y ΔT, el valor de q_x sería menor para el plástico que para el metal. Esto sugiere que la proporcionalidad se puede convertir a una igualdad al introducir un coeficiente que es una medida del comportamiento del material. De aquí, escribimos

$$q_x = k\,A\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

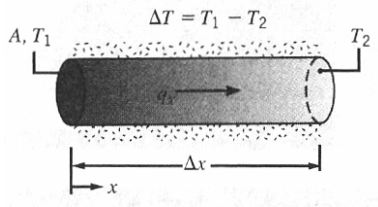


FIGURA 2.1
Experimento de conducción de calor de estado estable.

donde k, la conductividad térmica (W/m·K), es una propiedad importante del material. Al evaluar esta expresión en el límite conforme $\Delta x \to 0$, obtenemos para la rapidez de transferencia de calor

$$q_x = -k\,A\frac{dT}{dx} \tag{2.1}$$

o para el flujo de calor

$$q''_x = \frac{q_x}{A} = -k\frac{dT}{dx} \tag{2.2}$$

Recuerde que el signo menos es necesario puesto que el calor siempre se transfiere en la dirección de la temperatura decreciente.

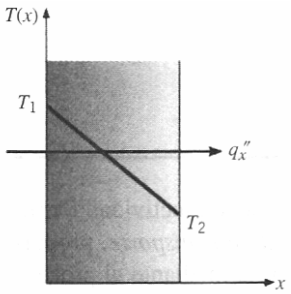


FIGURA 2.2
Relación entre el sistema coordenado, la dirección del flujo de calor y el gradiente de temperatura en una dimensión.

La ley de Fourier escrita en la ecuación 2.2, implica que el flujo de calor es una cantidad direccional. En particular, la dirección de q''_x es *normal* hacia el área A de la sección transversal. O, de forma más general, la dirección del flujo de calor siempre será normal hacia una superficie de temperatura constante, denominada superficie isotérmica. La figura 2.2 ilustra la dirección del flujo de calor q''_x en una pared plana para la que el gradiente de temperatura dT/dx es negativo. De la ecuación 2.2, se sigue que q''_x es positiva. Advierta que las superficies isotérmicas son planos normales a la dirección x.

Si aceptamos que el flujo de calor es una cantidad vectorial, es posible escribir un planteamiento más general de la ecuación de conducción (*ley de Fourier*) como sigue:

$$q'' = -k\nabla T = -k\left(\boldsymbol{i}\frac{\partial T}{\partial x} + \boldsymbol{j}\frac{\partial T}{\partial y} + \boldsymbol{k}\frac{\partial T}{\partial z}\right) \tag{2.3}$$

donde ∇ es el operador nabla tridimensional y $T(x, y, z)$ es el campo escalar de temperaturas. Está implícito en la ecuación 2.3 que el vector de flujo de calor se encuentra en una dirección perpendicular a las superficies isotérmicas. Una forma alternativa de la ley de Fourier es, por tanto,

$$q''_n = -k\frac{\partial T}{\partial n} \tag{2.4}$$

donde q''_n es el flujo de calor en una dirección n, que es normal a una isoterma, como se muestra en el caso bidimensional de la figura 2.3. La transferencia de calor se sostiene por un gradiente de temperatura a lo largo de n. Note también que el vector de flujo de calor se resuelve en componentes de modo que, en coordenadas cartesianas, la expresión general para q'' es

$$q'' = \boldsymbol{i}q''_x + \boldsymbol{j}q''_y + \boldsymbol{k}q''_z \tag{2.5}$$

donde, de la ecuación 2.3, se sigue que

$$q''_x = -k\frac{\partial T}{\partial x} \qquad q''_y = -k\frac{\partial T}{\partial y} \qquad q''_z = -k\frac{\partial T}{\partial z} \tag{2.6}$$

Cada una de estas expresiones relaciona el flujo de calor a través de una superficie con el gradiente de temperatura en una dirección perpendicular a la superficie. También está implícito en la ecuación 2.3 que el medio en el que ocurre la conducción es isotrópico. Para este medio el valor de la conductividad térmica es independiente de las direcciones coordenadas.

Como la ley de Fourier es la piedra angular de la transferencia de calor por conducción, sus características clave se resumen como sigue. *No* es una expresión que derive de principios fundamentales; es, en cambio, una generalización que se basa en

pruebas experimentales. Es también una expresión que *define* una propiedad material importante, la conductividad térmica. Además, la ley de Fourier es una expresión vectorial que indica que el flujo de calor es normal a una isoterma y en la dirección de la temperatura decreciente. Finalmente, observe que la ley de Fourier se aplica para toda la materia sin importar su estado: sólido, líquido o gaseoso.

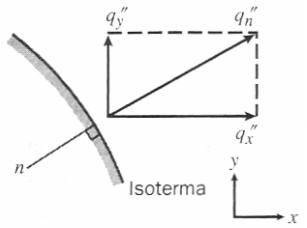


FIGURA 2.3
Vector de flujo de calor normal a una isoterma en un sistema bidimensional de coordenadas.

2.2

Propiedades térmicas de la materia

El uso de la ley de Fourier hace obligatorio el conocimiento de la conductividad térmica. Esta propiedad, a la que se hace referencia como propiedad de transporte, proporciona una indicación de la velocidad a la que se transfiere energía mediante el proceso de difusión, y depende de la estructura física de la materia, atómica y molecular, que se relaciona con el estado de la materia. En esta sección consideramos varias formas de materia, mediante la identificación de aspectos importantes de su comportamiento y la presentación de valores típicos de sus propiedades.

2.2.1 Conductividad térmica

Por la ley de Fourier, ecuación 2.6, la conductividad térmica se define como

$$k \equiv -\frac{q''_x}{\partial T/\partial x}$$

Se sigue que, para un gradiente de temperatura establecido, el flujo de calor por conducción aumenta con el incremento de la conductividad térmica. Recordando el mecanismo físico asociado con la conducción (sección 1.2.1), se tiene que, en general, la conductividad térmica de un sólido es mayor que la de un líquido, que a su vez es mayor que la de un gas. Como se ilustra en la figura 2.4, la conductividad térmica de un sólido puede ser más de cuatro órdenes de magnitud más grande que la de un gas. Esta tendencia se debe en gran parte a las diferencias en el espacio intermolecular para los dos estados.

Estado sólido En la visión moderna de los materiales, un sólido se compone de electrones libres y de átomos unidos en un arreglo periódico denominado estructura cristalina. Por consiguiente, el transporte de energía térmica se debe a dos efectos: la migración de electrones libres y las ondas vibracionales de la estructura cristalina. Estos efectos son aditivos, de modo que la conductividad térmica k es la suma del componente electrónico k_e y el componente de la estructura cristalina k_l

$$k = k_e + k_l$$

En una primera aproximación, k_e es inversamente proporcional a la resistencia eléctrica ρ_e. Para metales puros, que son de baja ρ_e, k_e es mucho mayor que k_l. En contraste, para aleaciones, que son sustancialmente de ρ_e grande, la contribución de k_l a k ya no es insignificante. Para sólidos no metálicos, k está determinada principalmente por k_l, que depende de la frecuencia de las interacciones entre los átomos de la estructura cristalina. La regularidad del arreglo de la estructura cristalina tiene un efecto importante sobre k_l, en los materiales cristalinos (bien ordenados) como el cuarzo que tienen una conductividad térmica más alta que los materiales amorfos como el vidrio. De hecho, en sólidos cristalinos no metálicos, como el diamante y el óxido de berilio, k_l puede ser bastante grande y exceder los valores de k asociados con buenos conductores, como el aluminio.

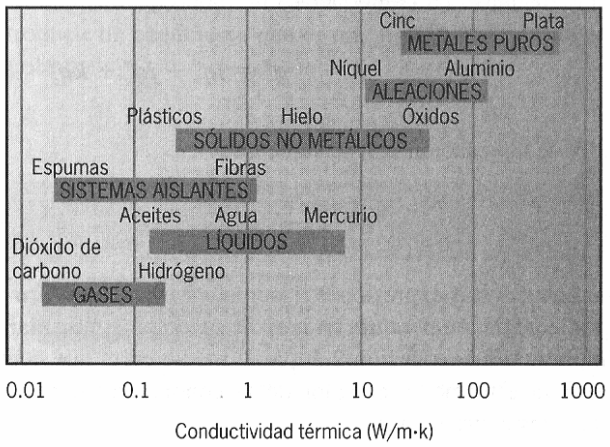


FIGURA 2.4 Escala de conductividad térmica para diversos estados de la materia a temperatura y presión normales.

La dependencia de k con respecto a la temperatura se muestra en la figura 2.5 para sólidos metálicos y no metálicos representativos. En las tablas A.1 (sólidos metálicos), A.2 y A.3 (sólidos no metálicos) también se proporcionan valores para materiales seleccionados de importancia técnica. En diferentes publicaciones [1], se encuentran disponibles tratamientos más detallados de la conductividad térmica.

Sistemas aislantes Los aislantes térmicos se componen de materiales de baja conductividad térmica combinados para lograr un sistema de conductividad térmica aún mas baja. En aislantes tipo *fibra*, *polvo* y *escamas*, el material sólido se dispersa finamente en el espacio de aire. Estos sistemas se caracterizan por una *conductividad térmica efectiva*, que depende de la conductividad térmica y de las propiedades radiativas de la superficie del material sólido, así como de la naturaleza y fracción volumétrica del aire o espacio vacío. Un parámetro especial del sistema es su densidad global (masa del sólido/volumen total), que depende en gran medida de la forma en la que se interconecta el material sólido.

Si se forman pequeños vacíos o espacios huecos al pegar o fundir partes del material sólido, se crea una matriz rígida. Cuando estos espacios se sellan, el sistema se de- nomina aislante celular. Ejemplos de estos aislantes rígidos son los sistemas de *espuma*, en particular los que se hacen con materiales plásticos y de vidrio. Los aislantes *reflectores* se componen de láminas u hojas delgadas multicapa paralelas de alta reflexividad, que están espaciadas para reflejar el calor radiante de regreso a su fuente. El espacio entre las hojas se diseña para restringir el movimiento del aire, y el espacio incluso está al vacío en aislantes de alto rendimiento. En todos los tipos de aislantes, la evacuación del aire en el espacio vacío reduce la conductividad térmica del sistema.

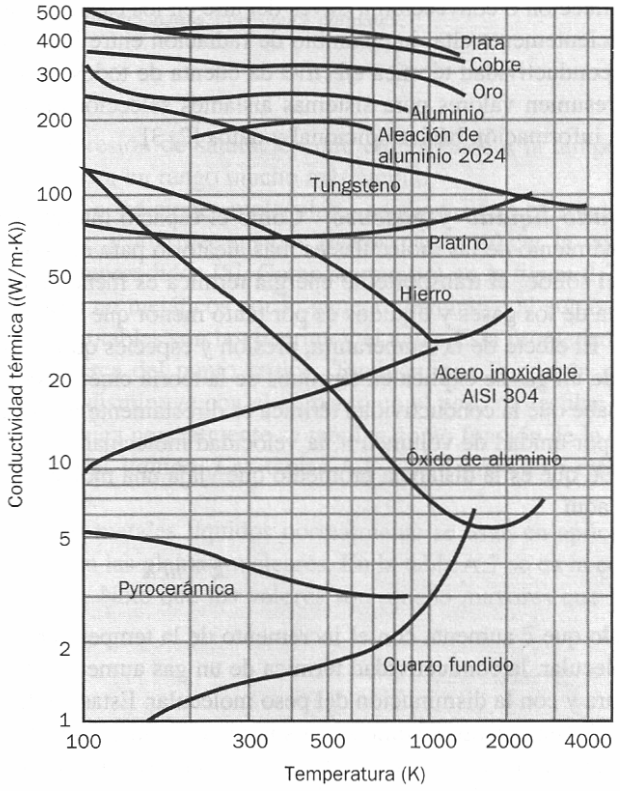


FIGURA 2.5 Dependencia de la conductividad térmica con respecto a la temperatura de sólidos seleccionados.

Es importante reconocer que la transferencia de calor a

través de cualquiera de estos sistemas aislantes incluye varios modos: conducción por los materiales sólidos; conducción o convección a través del aire en los espacios vacíos; y, si la temperatura es suficientemente alta, intercambio de radiación entre las superficies de la matriz sólida. La conductividad térmica efectiva da cuenta de todos estos procesos, y en la tabla A.3 se resumen valores para sistemas aislantes seleccionados. Hay muchas publicaciones con información básica adicional y datos [2, 3].

Estado líquido y gaseoso Como el espacio intermolecular es mucho mayor y el movimiento de las moléculas es más aleatorio para el estado líquido y gaseoso que para el sólido, el transporte de energía térmica es menos efectivo. La conductividad térmica de los gases y líquidos es por tanto menor que la de los sólidos en general.

El efecto de la temperatura, presión y especies químicas en la conductividad térmica de un gas se explica en términos de la teoría cinética de los gases [4]. De esta teoría se sabe que la conductividad térmica es directamente proporcional al número de partículas por unidad de volumen n, la velocidad molecular media $\overline{c}$ y la trayectoria libre media λ, que es la distancia promedio que viaja una molécula antes de sufrir una colisión. De aquí

$$k \propto n\overline{c}\,\lambda$$

Dado que $\overline{c}$ aumenta con el incremento de la temperatura y la disminución de la masa molecular, la conductividad térmica de un gas aumenta con el incremento de la temperatura y con la disminución del peso molecular. Estas tendencias se muestran en la figura 2.6. Sin embargo, como n y λ son directa e inversamente proporcionales a la presión del gas, la conductividad térmica es independiente de la presión. Esta suposición es apropiada para las presiones de gas de interés en este texto. En consecuencia, aunque los valores de k que se presentan en la tabla A.4 se obtuvieron a la presión atmosférica o a la presión de saturación que corresponde a la temperatura establecida, se aplican también en un rango mucho más amplio.

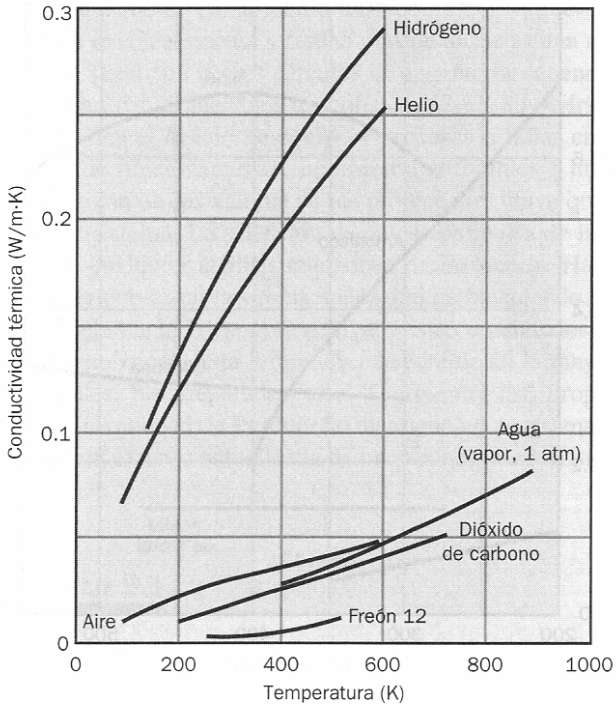


FIGURA 2.6 Dependencia de la conductividad térmica de la temperatura de gases seleccionados a presiones normales.

Las condiciones moleculares asociadas con el estado líquido son más difíciles de describir, y los mecanismos físicos para explicar la conductividad térmica no están bien comprendidos [5]. Como se muestra en la figura 2.7, la conductividad térmica de líquidos no metálicos por lo general disminuye al aumentar la temperatura; las excepciones notables son la glicerina y el agua. Esta propiedad es insensible a la presión excepto cerca del punto crítico. También, por lo común se sigue que la conductividad térmica disminuye con el aumento en el peso molecular. Los valores de la conductividad térmica normalmente se tabulan como función de la temperatura para el estado saturado del líquido. Las tablas A.5 y A.6 presentan estos datos para varios líquidos comunes.

Los metales líquidos normalmente se usan en aplicaciones en flujos altos, como ocurre en las plantas nucleares. En la tabla A.7 se da la conductividad térmica de estos líquidos. Note que los valores son mucho mayores que los de los líquidos no metálicos [6].

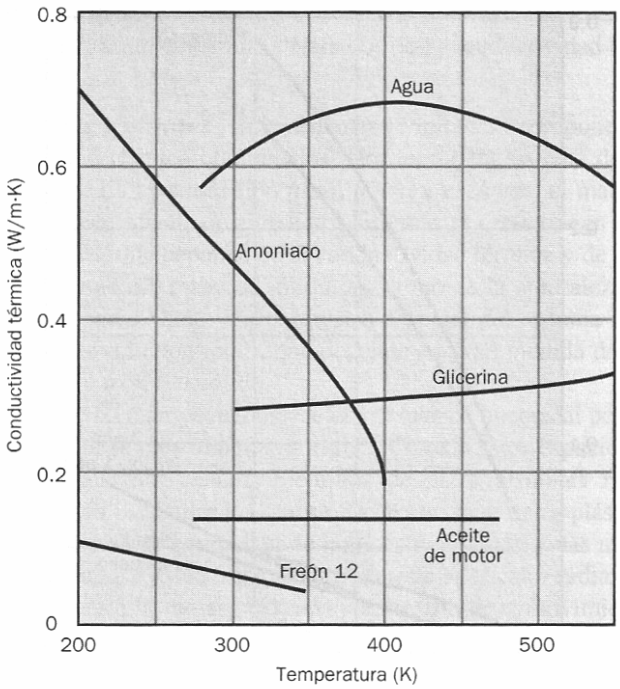


FIGURA 2.7 Dependencia de temperatura de la conductividad térmica de líquidos no metálicos obtenidos bajo condiciones saturadas.

2.2.2 Otras propiedades relevantes

En nuestro análisis de problemas de transferencia de calor, será necesario utilizar muchas propiedades de la materia. Estas propiedades por lo general se denominan *propiedades termofísicas* e incluyen dos categorías distintas: las propiedades de transporte y las termodinámicas. Las propiedades de transporte incluyen coeficientes de la velocidad de difusión como k, conductividad térmica (para transferencia de calor), y ν, viscosidad cinemática (para transferencia de momento). Las propiedades termodinámicas, por otro lado, se relacionan con el estado de equilibrio de un sistema. La densidad (ρ) y el calor específico (c_p) son dos de estas propiedades que se usan extensamente en el análisis termodinámico. El producto $\rho\, c_p$ (J/m^3·K), normalmente denominado *capacidad térmica volumétrica*, mide la capacidad de un material para almacenar energía térmica. Puesto que las sustancias de densidad grande se caracterizan por pequeños calores específicos, muchos sólidos y líquidos, que son excelentes medios de almacenamiento de energía, tienen capacidades térmicas comparables ($\rho\, c_p >$ 1 MJ/m^3·K). Sin embargo, debido a sus muy pequeñas densidades, los gases son muy poco adecuados para el almacenamiento de energía térmica ($\rho\, c_p \approx$ 1 KJ/m^3·K). En las tablas del apéndice A se proporcionan densidades y calores específicos para una amplia gama de sólidos, líquidos y gases.

En el análisis de transferencia de calor, la razón de la conductividad térmica a la capacidad térmica es una importante propiedad denominada difusividad térmica α, que tiene unidades de m^2/s:

$$\alpha = k/\rho c_p$$

Mide la capacidad de un material para conducir energía térmica en relación con su capacidad para almacenar energía térmica. Materiales de α grande responderán rápidamente a cambios en su medio térmico, mientras que los materiales de α pequeña responden más lentamente y tardan más en alcanzar una nueva condición de equilibrio.

La precisión de los cálculos de ingeniería depende de la precisión con la que se conozcan las propiedades termofísicas [7-9]. Se podrían citar numerosos ejemplos de defectos en el diseño de equipo y procesos o fallas en el cumplimiento de especificaciones de funcionamiento, que fueron atribuibles a información errónea asociada con la selección de los valores de las propiedades clave que se utilizaron en el análisis inicial del sistema. La selección de datos confiables de las propiedades es una parte integral de cualquier análisis cuidadoso de ingeniería. Ha de evitarse el uso ocasional de datos de

publicaciones o manuales que no hayan sido bien caracterizados o evaluados. De la referencia 10 se obtienen valores recomendados de datos para muchas propiedades termofísicas. Esta referencia, disponible en la mayor parte de las bibliotecas institucionales, fue preparada por el Thermophysical Properties Research Center (TPRC) de la Universidad de Purdue. Se mantiene un programa continuo para proporcionar una cobertura extensa actualizada de propiedades termofísicas [11].

EJEMPLO 2.1

La difusividad térmica α es la propiedad de transporte de control para la conducción transitoria. Con valores apropiados de k, ρ y c_p del apéndice A, calcule α para los siguientes materiales a las temperaturas que se especifican: aluminio puro, 300 y 700 K; carburo de silicio, 1000 K; parafina, 300 K.

SOLUCIÓN

Se conoce: Definición de la difusividad térmica α.

Encontrar: Valores numéricos de α para materiales y temperaturas seleccionadas.

Propiedades: Tabla A.1, aluminio puro (300 K):

$$\left.\begin{aligned}\rho &= 2702\ \text{kg/m}^3\\ c_p &= 903\ \text{J/Kg}\cdot\text{K}\\ k &= 237\ \text{W/m}\cdot\text{K}\end{aligned}\right\}\alpha = \frac{k}{\rho c_p} = \frac{237\ \text{W/m}\cdot\text{K}}{2702\ \text{kg/m}^3\times 903\ \text{J/Kg}\cdot\text{K}} = 97.1\times10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}$$

Tabla A.1, aluminio puro (700 K):

$$\rho = 2702\ \text{kg/m}^3 \text{ a } 300\ \text{K}$$
$$c_p = 1090\ \text{J/Kg}\cdot\text{K} \text{ a } 700\ \text{K (por interpolación lineal)}$$
$$k = 225\ \text{W/m}\cdot\text{K} \text{ a } 700\ \text{K (por interpolación lineal)}$$

De aquí

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} = \frac{225\ \text{W/m}\cdot\text{K}}{2702\ \text{kg/m}^3\times 1090\ \text{J/Kg}\cdot\text{K}} = 76\times10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}$$

Tabla A.2, carburo de silicio (1000 K):

$$\left.\begin{aligned}\rho &= 3160\ \text{kg/m}^3 \text{ a } 300\ \text{K}\\ c_p &= 1195\ \text{J/Kg}\cdot\text{K} \text{ a } 1000\ \text{K}\\ k &= 87\ \text{W/m}\cdot\text{K} \text{ a } 1000\ \text{K}\end{aligned}\right\}\alpha = \frac{k}{\rho c_p} = \frac{87\ \text{W/m}\cdot\text{K}}{3160\ \text{kg/m}^3\times 1195\ \text{J/Kg}\cdot\text{K}} = 23\times10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}$$

Tabla A.3, parafina (300 K):

$$\left.\begin{aligned}\rho &= 900\ \text{kg/m}^3\\ c_p &= 2890\ \text{J/Kg}\cdot\text{K}\\ k &= 0.024\ \text{W/m}\cdot\text{K}\end{aligned}\right\}\alpha = \frac{k}{\rho c_p} = \frac{0.024\ \text{W/m}\cdot\text{K}}{2890\ \text{kg/m}^3\times 900\ \text{J/Kg}\cdot\text{K}} = 9.2\times10^{-9}\ \text{m}^2/\text{s}$$

Comentarios:

1. Advierta la dependencia de la temperatura de las propiedades termofísicas del aluminio y del carburo de silicio. Por ejemplo, para el carburo de silicio, α(1000 K) ≈ 0.1×α(300 K); en consecuencia, las propiedades de este material tienen una fuerte dependencia de la temperatura.

2. La interpretación física de α es la que proporciona una medida del transporte de calor

(k) en relación con el almacenamiento de energía ($\rho\, c_p$). En general, los sólidos metálicos tienen α más alta, mientras que los no metálicos (por ejemplo, parafina) tienen valores de α mas bajos.

3. La interpolación lineal de los valores de las propiedades es por lo general aceptable en los cálculos de ingeniería.

4. El uso de densidad de baja temperatura (300 K) en altas temperaturas deja de lado los efectos de la expansión térmica, pero también es aceptable para cálculos de ingeniería.

2.3

Ecuación de difusión de calor

Uno de los objetivos principales en un análisis de conducción es determinar el *campo de temperatura* en un medio que resulta de las condiciones impuestas sobre sus fronteras. Es decir, deseamos conocer la *distribución de temperaturas*, que representa cómo varía la temperatura con la posición en el medio. Una vez que se conoce esta distribución, el flujo de calor por conducción en cualquier punto en el medio o en la superficie se calcula a partir de la ley de Fourier. También es posible determinar otras cantidades importantes. Para un sólido, el conocimiento de la distribución de temperaturas sirve para comprobar la integridad estructural mediante la determinación de los esfuerzos térmicos, sus expansiones y deflexiones. La distribución de temperaturas también es útil para optimizar el espesor de un material aislante o para determinar la compatibilidad de recubrimientos o adhesivos especiales que se usen con el material.

Consideremos ahora la forma en que se determina la distribución de temperaturas. El método sigue la metodología que se describe en la sección 1.3.3 de aplicación del requerimiento de conservación de la energía. Es decir, definimos un volumen de control diferencial, identificamos los procesos de transferencia de energía relevantes e introducimos las ecuaciones de flujo apropiadas. El resultado es una ecuación diferencial cuya solución, para las condiciones de frontera que se establecen, proporciona la distribución de temperaturas en el medio. Considere un medio homogéneo dentro del cual no hay movimiento de volumen (advección) y en el que la distribución de temperaturas $T(x, y, z)$ se expresa en coordenadas cartesianas. Al seguir la metodología de aplicar la conservación de la energía (sección 1.3.3), definimos primero un volumen de control infinitesimalmente pequeño (diferencial), $dx \cdot dy \cdot dz$, como se muestra en la figura 2.8.

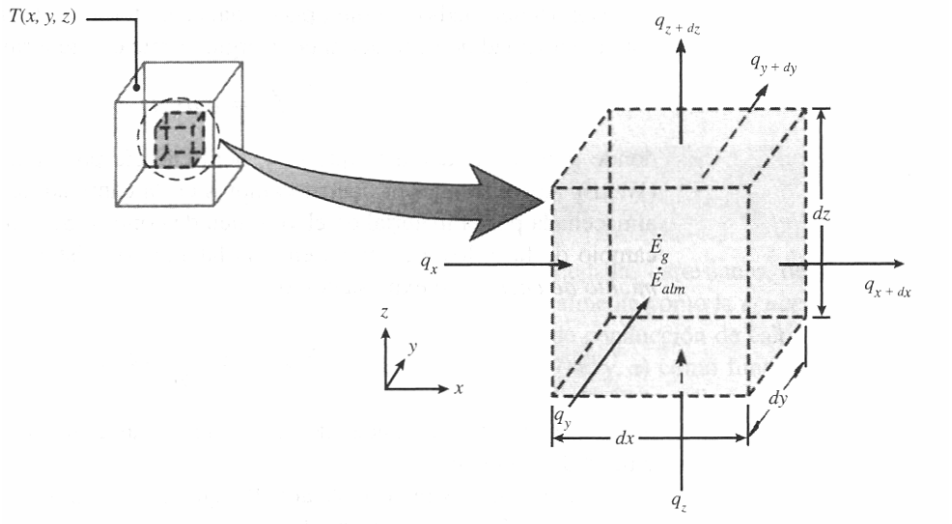


FIGURA 2.8 Volumen de control diferencial, $dx\ dy\ dz$, para el análisis de conducción en coordenadas cartesianas.

Después de elegir que se formule la primera ley en un instante, el segundo paso es considerar los procesos de energía que son relevantes para este volumen de control. Si hay gradientes de temperatura, la transferencia de calor por conducción ocurrirá a través de cada una de las superficies de control. Las velocidades de transferencia de calor por conducción perpendiculares a cada una de las superficies de control en las coordenadas x, y y z se indican con los términos q_x, q_y y q_z, respectivamente.

Las velocidades de transferencia de calor por conducción en las superficies opuestas se expresan como una expansión en series de Taylor donde, dejando de lado términos de orden superior,

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \tag{2.7a}$$

$$q_{y+dy} = q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \tag{2.7b}$$

$$q_{z+dz} = q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \tag{2.7c}$$

Expresado en palabras, la ecuación 2.7a simplemente afirma que el componente x de la rapidez de transferencia de calor en $x + dx$ es igual al valor de este componente en x más la cantidad por la que cambia con respecto a x veces dx.

Dentro del medio también puede haber un término de fuente de energía asociado con la velocidad de generación de energía térmica. Este término se representa como

$$\dot{E}_g = \dot{q}\, dx\, dy\, dz \tag{2.8}$$

donde $\dot{q}$ es la rapidez a la que se genera energía por unidad de volumen del medio (W/m^3). Además, pueden ocurrir cambios en la cantidad de la energía térmica interna almacenada por el material en el volumen de control. Si el material no experimenta un cambio de fase, los efectos de energía latente no existen, y el término de *almacenamiento de energía* se expresa como

$$\dot{E}_{alm} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dx\, dy\, dz \tag{2.9}$$

donde $\rho c_p \partial T/\partial t$ es la rapidez de cambio temporal de la energía sensible del medio por unidad de volumen.

Una vez más es importante advertir que los términos $\dot{E}_g$ y $\dot{E}_{alm}$ representan diferentes procesos físicos. El término de generación de energía $\dot{E}_g$ es una manifestación de algún proceso de conversión de energía que incluye energía térmica por un lado y energía química, eléctrica o nuclear por el otro. El término es positivo (fuente) si la energía térmica se genera en el material a expensas de alguna otra forma de energía; es negativo (sumidero) si la energía térmica se consume. En cambio, el término de almacenamiento de energía $\dot{E}_{alm}$ se refiere a la tasa de cambio de la energía térmica almacenada por la materia.

El último paso en la metodología que se señala en la sección 1.3.3 es expresar la conservación de la energía con el uso de las ecuaciones de flujo anteriores. Sobre una base de *rapidez*, la forma general del requerimiento de conservación de la energía es

$$\dot{E}_{ent} + \dot{E}_g - \dot{E}_{sale} = \dot{E}_{alm} \tag{1.11a}$$

Así, al reconocer que las velocidades de transferencia de calor por conducción constituyen el flujo entrante de energía, $\dot{E}_{ent}$, y el flujo de salida, $\dot{E}_{sale}$, y al sustituir las ecuaciones 2.8 y 2.9, obtenemos

$$q_x + q_y + q_z + \dot{q}\,dx\,dy\,dz - q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz} = \rho\,c_p\,\frac{\partial T}{\partial t}\,dx\,dy\,dz \tag{2.10}$$

Sustituyendo de las ecuaciones 2.7, se sigue que

$$\dot{q}\,dx\,dy\,dz - \frac{\partial q_x}{\partial x}\,dx - \frac{\partial q_y}{\partial y}\,dy - \frac{\partial q_z}{\partial z}\,dz = \rho\,c_p\,\frac{\partial T}{\partial t}\,dx\,dy\,dz \tag{2.11}$$

La rapidez de conducción de calor se evalúa a partir de la ley de Fourier,

$$q_x = -k\,dy\,dz\,\frac{\partial T}{\partial x} \tag{2.12a}$$

$$q_y = -k\,dx\,dz\,\frac{\partial T}{\partial y} \tag{2.12b}$$

$$q_z = -k\,dx\,dy\,\frac{\partial T}{\partial z} \tag{2.12c}$$

donde cada componente de flujo de calor de la ecuación 2.6 se multiplica por el área de la superficie (diferencial) de control apropiada para obtener la rapidez de transferencia de calor. Al sustituir las ecuaciones 2.12 en la ecuación 2.11 y dividir las dimensiones del volumen de control (*dx dy dz*), obtenemos

$$\dot{q} + \frac{\partial}{\partial x}\left(k\,\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\,\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\,\frac{\partial T}{\partial z}\right) = \rho\,c_p\,\frac{\partial T}{\partial t} \tag{2.13}$$

La ecuación 2.13 es la forma general, en coordenadas cartesianas, de la *ecuación de difusión de calor*. Esta ecuación, conocida normalmente como la *ecuación de calor*, proporciona la herramienta básica para el análisis de conducción de calor. De su solución obtendremos la distribución de temperaturas $T(x, y, z)$ como función del tiempo. La aparente complejidad de esta expresión no debe ocultar el hecho de que describe una condición física importante, es decir, la conservación de la energía. Se debe tener una comprensión clara del significado físico de cada término que aparece en la ecuación. Por ejemplo, el término $\partial\left(k\,\partial T/\partial x\right)\big/\partial x$ se relaciona con el flujo *neto* de calor por conducción *en* el volumen de control para la dirección de la coordenada *x*. Esto es, al multiplicar por *dx*,

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\,\frac{\partial T}{\partial x}\right)dx = q_x - q_{x+dx} \tag{2.14}$$

con expresiones similares aplicadas para los flujos en las direcciones *y* y *z*. Expresado en palabras, la ecuación de calor, ecuación 2.13, establece que *en cualquier punto dentro del medio, la rapidez de transferencia de energía por conducción en un volumen unitario más la rapidez de generación volumétrica de energía térmica debe ser igual a la rapidez de cambio de la energía térmica almacenada dentro del volumen*.

A menudo es posible trabajar con versiones simplificadas de la ecuación 2.13. Por ejemplo, si la conductividad térmica es una constante, la ecuación de calor es

$$\frac{\dot{q}}{k}+\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{2.15}$$

donde $\alpha = k/\rho c_p$ es la *difusividad térmica*. Con frecuencia son posibles simplificaciones adicionales de la forma general de la ecuación de calor. Por ejemplo, en condiciones de estado estable, tal vez no haya cambio en la cantidad de energía almacenada; de aquí la ecuación 2.13 se reduce a

$$\dot{q}+\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)=0 \tag{2.16}$$

Además, si la transferencia de calor es unidimensional (por ejemplo, en la dirección *x*) y no hay generación de energía, la ecuación 2.16 se reduce a

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)=0 \tag{2.17}$$

La implicación más importante de este resultado es que *en condiciones unidimensionales de estado estable*, *sin generación de energía*, el flujo de calor es una constante en la dirección de transferencia ($dq''_x/dx = 0$).

También es posible expresar la ecuación de calor en coordenadas cilíndricas y esféricas. Los volúmenes diferenciales de control para estos dos sistemas coordenados se muestran en las figuras 2.9 y 2.10.

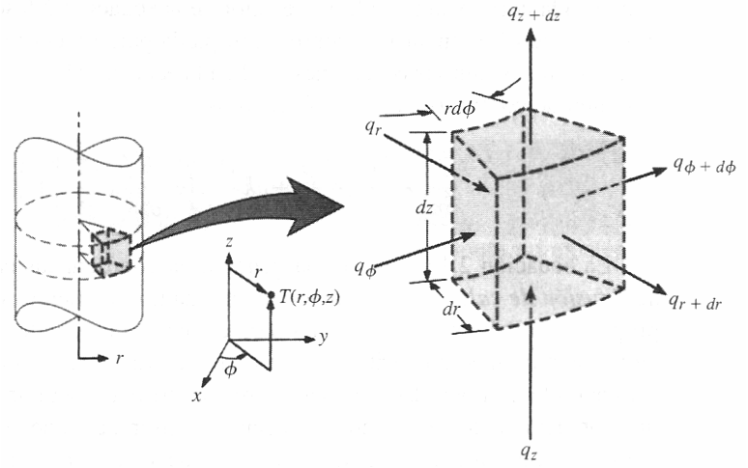


FIGURA 2.9 Volumen de control diferencial, $dr \cdot r\,d\phi \cdot dz$, para el análisis de conducción en coordenadas cilíndricas (r, ϕ, z).

Coordenadas cilíndricas Cuando el operador nabla ∇ de la ecuación 2.3 se expresa en coordenadas cilíndricas, la forma general del vector de flujo de calor, y por ello de la ley de Fourier, es

$$q'' = -k\nabla T = -k\left(\boldsymbol{i}\frac{\partial T}{\partial r}+\boldsymbol{j}\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial \phi}+\boldsymbol{k}\frac{\partial T}{\partial z}\right) \tag{2.18}$$

donde

$$q''_r = -k\frac{\partial T}{\partial r} \qquad q''_\phi = -\frac{k}{r}\frac{\partial T}{\partial \phi} \qquad q''_z = -k\frac{\partial T}{\partial z} \tag{2.19}$$

son los componentes del flujo de calor en las direcciones, radial, angular y axial, respectivamente. Aplicando un balance de energía al volumen de control diferencial de la figu-

ra 2.9, se obtiene la siguiente forma general de la ecuación de calor:

$$\dot{q} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(k\,r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(k\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) = \rho\, c_p \frac{\partial T}{\partial t} \tag{2.20}$$

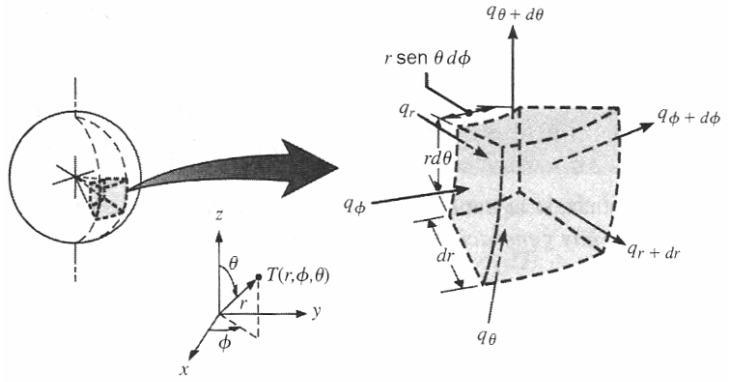


FIGURA 2.10 Volumen diferencial de control, $dr \cdot r\ \text{sen}\ \theta\, d\phi \cdot d\theta$, para el análisis de conducción en coordenadas esféricas (r, ϕ, θ).

Coordenadas esféricas En coordenadas esféricas la forma general del vector de flujo de calor y de la ley de Fourier es

$$q'' = -k\nabla T = -k\left(\boldsymbol{i}\frac{\partial T}{\partial r} + \boldsymbol{j}\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta} + \boldsymbol{k}\frac{1}{r\,sen\,\theta}\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) \tag{2.21}$$

donde

$$q''_r = -k\frac{\partial T}{\partial r} \qquad q''_\theta = -\frac{k}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta} \qquad q''_\phi = -\frac{k}{r\,sen\,\theta}\frac{\partial T}{\partial \phi} \tag{2.22}$$

son los componentes del flujo de calor en las direcciones radial, polar y azimutal, respectivamente. Al aplicar un balance de energía al volumen de control diferencial de la figura 2.10, se obtiene la siguiente forma general de la ecuación de calor:

$$\dot{q} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(k\,r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 sen^2\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(k\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \\ + \frac{1}{r^2 sen\,\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(k\,sen\,\theta\frac{\partial T}{\partial \theta}\right) = \rho\, c_p \frac{\partial T}{\partial t} \tag{2.23}$$

Ya que es importante que sea usted capaz de aplicar los principios de conservación a los volúmenes diferenciales de control, debe tratar de derivar la ecuación 2.20 o 2.23 (véanse los problemas 2.32 y 2.33). Advierta que el gradiente de temperatura en la ley de Fourier debe tener unidades de K/m. Por tanto, cuando se evalúa el gradiente para una coordenada angular, debe expresarse en términos del cambio diferencial en *longitud* de arco. Por ejemplo, la componente del flujo de calor en la dirección angular de un sistema coordenado cilíndrico es $q''_\phi = -(k/r)(\partial T/\partial \phi)$ y no $q''_\phi = -k(\partial T/\partial \phi)$.

EJEMPLO 2.2

La distribución de temperaturas a través de una pared de 1 m de espesor en cierto instante está dada como

$$T(x) = a + bx + cx^2$$

donde T está en grados Celsius y x en metros, mientras que a = 900°C, b = -300°C/m, y c = -50°C/m^2. Una generación de calor uniforme, $\dot{q}$ = 1000 W/m^3, está presente en la

pared de área 10 m^2 que tiene las propiedades ρ = 1600 kg/m^3, k = 40 W/m·K, y c_p = 4 kJ/kg·K.

1. Determine la rapidez de transferencia de calor que entra en la pared (x = 0) y sale de la pared (x = 1 m).

2. Determine la rapidez de cambio del almacenamiento de energía en la pared.

3. Determine la rapidez con respecto al tiempo del cambio de temperatura en x = 0, 0.25, y 0.5 m.

SOLUCIÓN

Se conoce: Distribución de temperaturas $T(x)$ en un instante de tiempo t en una pared unidimensional con generación uniforme de calor.

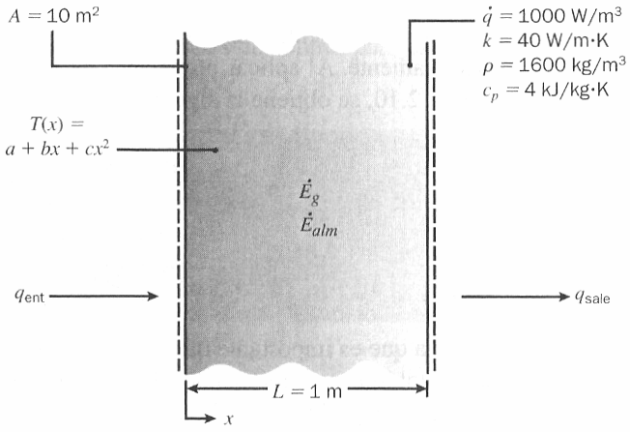
Encontrar:

1. Transferencias de calor de entrada a, $q_{ent}(x = 0)$, y de salida, $q_{sale}(x = 1)$, de la pared.

2. Rapidez de cambio del almacenamiento de energía en la pared, $\dot{E}_{alm}$.

3. Velocidad, respecto al tiempo, del cambio de temperatura en x = 0, 0.25, y 0.5 m.

Esquema:



Suposiciones:

1. Conducción unidimensional en la dirección x.

2. Medio homogéneo con propiedades constantes.

3. Generación interna de calor uniforme, $\dot{q}$ (W/m^3).

Análisis:

1. Recuerde que, una vez que se conoce la distribución de temperaturas para un medio, es sencillo determinar la rapidez de transferencia de calor por conducción en cualquier punto dentro del medio, o en las superficies, con la ley de Fourier. Por eso, las transferencias de calor deseadas se determinan mediante la distribución de temperatura que se estableció con la ecuación 2.1. En consecuencia,

$$q_{ent} = q_x(0) = -k\,A\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = -k\,A(b + 2\,c\,x)_{x=0}$$

$$q_{ent} = -b\,k\,A = 300\,\tfrac{°C}{m} \times 40\,\tfrac{W}{m\cdot K} \times 10\,m^2 = 120\,KW$$

De manera similar,

$$q_{sale} = q_x(L) = -k\,A\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=L} = -k\,A(b + 2\,c\,x)_{x=L}$$

$$q_{sal} = -k\,A(b + 2\,c\,L) = -40\,\tfrac{W}{m\cdot K} \times 10\,m^2 \times \left[-300\,\tfrac{°C}{m} + 2(-50\,\tfrac{°C}{m^2}) \times 1\,m\right] = 160\,KW$$

2. La rapidez de cambio del almacenamiento de energía en la pared $\dot{E}_{alm}$ se determina aplicando un balance de energía general a la pared. Con la ecuación 1.11a para un volumen de control alrededor de la pared,

$$\dot{E}_{ent} + \dot{E}_g - \dot{E}_{sale} = \dot{E}_{alm}$$

donde $\dot{E}_g = \dot{q}\, A\, L$, se sigue que

$$\dot{E}_{alm} = \dot{E}_{ent} + \dot{E}_g - \dot{E}_{sale} = q_{ent} + \dot{q}\, A\, L - q_{sale}$$
$$\dot{E}_{alm} = 120\,\text{KW} + 1000\,\tfrac{\text{W}}{\text{m}^3} \times 10\,\text{m}^2 \times 1\,\text{m} - 160\,\text{KW}$$
$$\dot{E}_{alm} = -30\,\text{KW}$$

3. La rapidez, respecto al tiempo, del cambio de la temperatura en cualquier punto en el medio se determina de la ecuación de calor, ecuación 2.15, reescrita como

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\dot{q}}{\rho\, c_p} + \frac{k}{\rho\, c_p}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

De la distribución de temperaturas establecida, se sigue que

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(b + 2\,c\,x\right) = 2\,c = 2(-50\,\tfrac{^\circ\text{C}}{\text{m}^2}) = -100\,\tfrac{^\circ\text{C}}{\text{m}^2}$$

Observe que esta derivada es independiente de la posición en el medio. De aquí que la rapidez respecto al tiempo del cambio de temperatura también es independiente de la posición y está dada por

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1000\,\frac{\text{W}}{\text{m}^3}}{1600\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\,4\,\frac{\text{kJ}}{\text{Kg}\cdot\text{K}}} + \frac{40\,\frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}}{1600\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\,4\,\frac{\text{kJ}}{\text{Kg}\cdot\text{K}}} \times \left(-100\,\tfrac{^\circ\text{C}}{\text{m}^2}\right) = -4.69\times10^{-4}\,\tfrac{^\circ\text{C}}{\text{s}}$$

Comentarios:

1. Del resultado anterior es evidente que la temperatura en cualquier punto dentro de la pared disminuye con el tiempo.

2. La ley de Fourier puede usarse siempre para calcular la transferencia de calor por conducción a partir del conocimiento de la distribución de temperaturas, aun para condiciones no estables con generación interna de calor.

2.4

Condiciones iniciales y de frontera

Para determinar la distribución de temperaturas en un medio es necesario resolver la forma apropiada de la ecuación de calor. Sin embargo, esta solución depende de las condiciones físicas que existan en las *fronteras* del medio y, si la situación depende del tiempo, también dependerá de las condiciones que existan en el medio en algún tiempo inicial. Con respecto a las *condiciones de frontera*, hay varias posibilidades comunes que simplemente se expresan en forma matemática. Como la ecuación de calor es de segundo orden en las coordenadas espaciales, deben expresarse dos condiciones de frontera para cada coordenada necesaria en la descripción del sistema. Sin embargo, dado que la ecuación es de primer orden en el tiempo, debe especificarse sólo una condición, denominada *condición inicial*.

Las tres clases de condiciones de frontera que normalmente se encuentran en la transferencia de calor se resumen en la tabla 2.1. Las condiciones se especifican en la superficie $x = 0$ para un sistema unidimensional. La transferencia de calor es en la dirección x positiva con la distribución de temperaturas, que puede ser dependiente del tiempo, designada como $T(x, t)$. La primera condición corresponde a una situación en que la superficie se mantiene a una temperatura fija T. Ésta se denomina normalmente

condición de Dirichlet, o condición de frontera de *primera clase*. Se aproxima mucho, por ejemplo, cuando la superficie está en contacto con un sólido que se funde o con un líquido en ebullición. En ambos casos hay transferencia de calor a la superficie, mientras que la superficie permanece a la temperatura del proceso de cambio de fase. La segunda condición corresponde a la existencia de un flujo de calor fijo o constante q_s'' en la superficie. Este flujo de calor se relaciona con el gradiente de temperatura en la superficie mediante la ley de Fourier, ecuación 2.6, que se expresa como

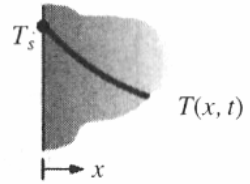
$$q_x''(0) = -k \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0}$$

Esta se denomina *condición de Neumann*, o condición de frontera de *segunda clase*, y se logra uniendo un calentador eléctrico de película delgada o de parche a la superficie. Un caso especial de esta condición corresponde a la superficie *perfectamente aislada*, o *adiabática*, para la que $\partial T/\partial x\big|_{x=0} = 0$. La condición de frontera de *tercera clase* corresponde a la existencia de calentamiento (o enfriamiento) por convección en la superficie y se obtiene del balance de energía en la superficie que se examinó en la sección 1.3.2.

TABLA 2.1 Condiciones de frontera para la ecuación de difusión de calor en la superficie ($x = 0$)

1. Temperatura superficial constante

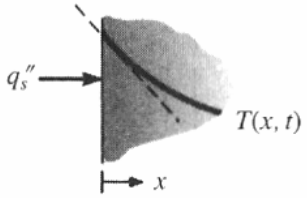
$$T(0, t) = T_s \qquad (2.24)$$



2. Flujo de calor superficial constante

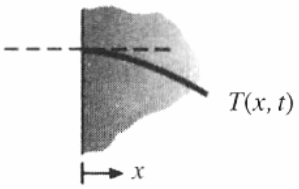
(a) Flujo finito de calor

$$-k \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = q_s'' \qquad (2.25)$$



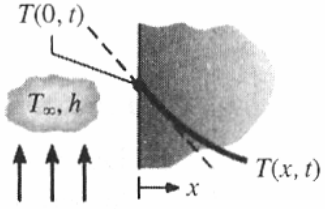
(b) Superficie adiabática o aislada

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = 0 \qquad (2.26)$$



3. Condición de convección superficial

$$-k \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = h[T_\infty - T(0, t)] \qquad (2.27)$$



EJEMPLO 2.3

Una barra larga de cobre de sección transversal rectangular, cuyo ancho w es mucho más grande que su espesor L, se mantiene en contacto con un sumidero de calor en la superficie inferior, y la temperatura a lo largo de la barra es aproximadamen-

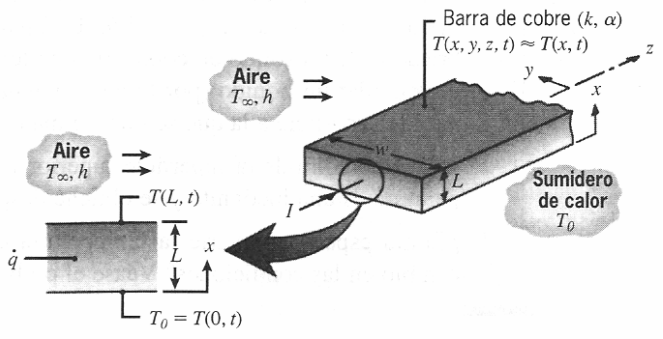
te igual a la del sumidero, T_0. De pronto, se hace pasar una corriente eléctrica a través de la barra y una corriente de aire de temperatura T_∞ se hace pasar sobre la superficie superior, mientras que la superficie inferior continúa manteniéndose a T_0. Obtenga la ecuación diferencial y las condiciones de frontera e inicial que se tendrían para determinar la temperatura como función de la posición y del tiempo en la barra.

SOLUCIÓN

Se conoce: Una barra de cobre inicialmente en equilibrio térmico con un sumidero de calor calentado de súbito por el paso de una corriente eléctrica.

Encontrar: La ecuación diferencial y las condiciones de frontera e inicial necesarias para determinar la temperatura como función de la posición y del tiempo dentro de la barra.

Esquema:



Suposiciones:

1. Puesto que $w \gg L$, los efectos colaterales son insignificantes y la transferencia de calor dentro de la barra es principalmente unidimensional en la dirección x.

2. Generación volumétrica uniforme de calor, $\dot{q}$.

3. Propiedades constantes.

Análisis: La distribución de temperaturas es gobernada por la ecuación de calor (2.13) que, para las condiciones de propiedades unidimensional y constante del problema actual, se reduce a

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \qquad (1)$$

donde la temperatura es una función de la posición y del tiempo, $T(x, t)$. Como esta ecuación diferencial es de segundo orden en la coordenada espacial x y de primer orden en el tiempo t, debe haber dos condiciones de frontera para la dirección x y una condición, llamada condición inicial, para el tiempo. La condición de frontera en la superficie inferior corresponde al caso 1 de la tabla 2.1. En particular, como la temperatura de esta superficie se mantiene a un valor, T_0, que se fija con el tiempo, se sigue que

$$T(0,t) = T_0 \qquad (2)$$

En cambio, la condición de convección de superficie, caso 3 de la tabla 2.1, es apropiada para la superficie superior. De aquí

$$-k\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=L} = h\left[T(L,t) - T_\infty\right] \qquad (3)$$

La condición inicial se infiere del reconocimiento de que, antes del cambio en las condiciones, la barra está a una temperatura uniforme T_0. Por ello

$$T(x,0) = T_0 \qquad (4)$$

Si se conocen T_0, T_∞, $\dot{q}$ y h, se resuelven las ecuaciones 1 a 4 para obtener la distribución de temperaturas que varían con el tiempo $T(x, t)$ siguiendo la imposición de la corriente eléctrica.

Comentarios:

1. El *sumidero de calor* en $x = 0$ se mantiene exponiendo la superficie a un baño de hielo o uniéndola a una placa fría. Una placa fría contiene canales refrigerantes fabricados de un sólido de conductividad térmica grande (usualmente cobre). Al hacer circular un líquido (por lo común agua) a través de los canales, la placa, y de aquí la superficie a la que se une, se mantiene a una temperatura casi uniforme.

2. La temperatura de la superficie superior $T(L, t)$ cambiará con el tiempo. Esta temperatura es una incógnita y se obtiene después de encontrar $T(x, t)$.

3. ¿Cómo espera que varíe la temperatura con x a diferentes tiempos después del cambio en las condiciones? Véase el problema 2.40.

2.5

Resumen

Los propósitos principales de este capítulo fueron el de mejorar su comprensión de la ecuación de la transferencia de calor por conducción (ley de Fourier) y familiarizarlo con la ecuación de calor. Debe conocer los orígenes e implicaciones de la ley de Fourier, y entender las propiedades térmicas clave y cómo varían para diferentes sustancias. También debe conocer el significado fisico de cada término que aparece en la ecuación de calor. ¿A qué formas se reduce esta ecuación para condiciones simplificadas y qué clases de condiciones de frontera sirven para solucionarla? En resumen, debe haber comprendido la esencia del proceso de conducción y su descripción matemática. En los tres capítulos que siguen emprendemos el análisis de conducción para numerosos sistemas y condiciones.

Bibliografía

1. Klemens, P. G., "Theory of the Thermal Conductivity of Solids", en R. P. Tye, ed., *Thermal Conductivity*, vol. 1, Academic Press, Londres, 1969.

2. Mallory, John E, *Thermal Insulation*, Reinhold Book Corp., Nueva York, 1969.

3. American Society of Heating, Refrigeration and Air Conditioning Engineers, *Handbook of Fundamentals*, cap. l7 y 31, ASHRAE, Nueva York, 1972.

4. Vincenti, W. G. y C. H. Kruger, Jr., *Introduction to Physical Gas Dynamics*, Wiley, Nueva York, 1965.

5. McLaughlin, E., "Theory of the Thermal Conductivity of Fluids", en R. P. Tye, ed., *Thermal Conducti-vi*, vol. 2, Academic Press, Londres, 1969.

6. Foust, O. J., ed., "Sodium Chemistry and Physical Properties", en *Sodium-NaK Engineering Handbook*, vol. 1, Gordon & Breach, Nueva York, 1972.

7. Sengers, J. V. y M. Klein, eds., *The Technical Importance of Accurate Thermophysical Property Information*, nota técnica de la National Bureau of Standards núm. 590, 1980.

8. Najjar, M. S., K. J. Beli y R. N. Maddox, *Heat Transfer Eng*., 2, 27, 1981.

9. Hanley, H. J. M. y M. E. Baltau, *Mech. Eng*., 105,68, 1983.

10. Touloukian, Y. 5. y C. Y. Ho, eds., *Thermophysical Properties of Matter*, The TPRC Data Series (13 volúmenes sobre propiedades termofisicas: conductividad térmica, calor específico, radiación térmica, difusividad térmica y expansión lineal térmica), Plenum Press, Nueva York, 1970 a 1977.

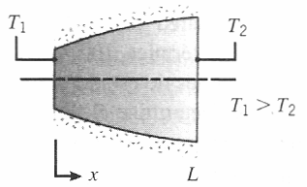
11. Center for Information and Numerical Data Analysis and Synthesis (CINDAS), Purdue University, 2595 Yeager Road, West Lafayette, IN 47906.

Problemas

Ley de Fourier

2.1 Suponga una conducción de calor unidimensional de estado estable a través de la

forma simétrica axial que se muestra abajo.

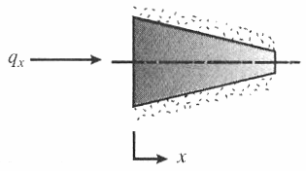


Suponiendo propiedades constantes y ninguna generación de calor interna, bosqueje la distribución de temperatura en las coordenadas T–x. Explique con brevedad la forma de la curva que resulte.

2.2 Una tubería de agua caliente con radio exterior r_1 tiene una temperatura T_1. Se aplica un aislante grueso de radio r_2 y temperatura T_2 para reducir la pérdida de calor. Sobre coordenadas T–r, bosqueje la distribución de temperatura en el aislante para una transferencia de calor unidimensional de estado estable con propiedades constantes. Dé una breve explicación que justifique la forma de la curva que muestre.

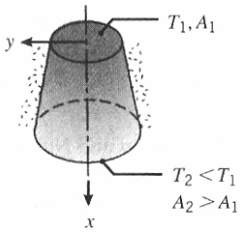
2.3 Una capa esférica con radio interior r_1 y radio exterior r_2 tiene temperaturas superficiales T_1 y T_2, respectivamente, donde $T_1 > T_2$. Dibuje la distribución de temperatura sobre coordenadas T–r, suponiendo conducción unidimensional de estado estable con propiedades constantes. Dé una breve explicación en la que justifique la forma de la curva que resulte.

2.4 Suponga una conducción de calor unidimensional de estado estable a través de la forma simétrica que se muestra.



Suponiendo que no hay generación interna de calor, derive una expresión de la conductividad térmica $k(x)$ para estas condiciones: $A(x) = (1 - x)$, $T(x) = 300(1 - 2x - x^3)$, y $q = 6000$ W, donde A está en metros cuadrados, T en kelvin y x en metros.

2.5 Un cono truncado sólido sirve de soporte de un sistema que mantiene la cara superior (trunca) del cono a una temperatura T_1, mientras que la base del cono está a una temperatura $T_2 < T_1$. La conductividad térmica del sólido depende de la temperatura de acuerdo con la relación $k = k_0 - aT$, donde a es una constante positiva, y los lados del cono están bien aislados. Las siguientes cantidades ¿aumentan, disminuyen o permanecen igual con el aumento en x; la velocidad de transferencia de calor q_x, el flujo de calor q''_x, la conductividad térmica k y el gradiente de temperatura dT/dx?

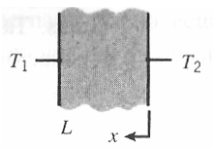


2.6 Para determinar el efecto de dependencia de la temperatura de la conductividad térmica sobre la distribución de temperatura en un sólido, considere un material para el que esta dependencia puede representarse como

$$k = k_0 - aT$$

donde k_0 es una constante positiva y a es un coeficiente que puede ser positivo o negativo. Dibuje la distribución de temperatura de estado estable asociada con la transferencia de calor en una pared plana para tres casos que corresponden a $a > 0$, $a = 0$ y $a < 0$.

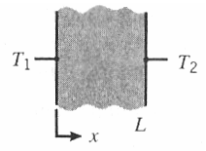
2.7 En el sistema mostrado se produce una conducción de estado estable unidimensional sin generación de calor. La conductividad térmica es 25 W/m·K y el espesor L es 0.5 m.



Determine las cantidades desconocidas para cada caso en la tabla siguiente y dibuje la distribución de temperatura, indicando la dirección del flujo de calor.

Caso	T_1	T_2	dT/dx (K/m)	q''_x (W/m^2)
1	400 K	300 K		
2	100°C		−250	
3	80°C		+200	
4		−5°C		4000
5	30°C			−3000

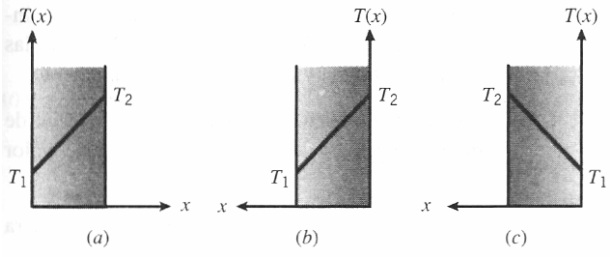
2.8 Considere condiciones de estado estable para una conducción unidimensional en una pared plana que tiene una conductividad térmica k = 50 W/m·K y un espesor L = 0.25 m, sin generación interna de calor.



Determine el flujo de calor y la cantidad desconocida para cada caso y dibuje la distribución de temperatura, indicando la dirección del flujo de calor.

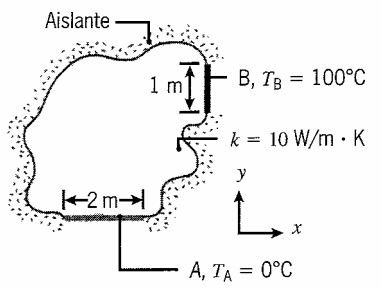
Caso	T_1(°C)	T_2(°C)	dT/dx (K/m)
1	50	−20	
2	−30	−10	
3	70		160
4		40	−80
5		30	200

2.9 Considere una pared plana de 100 mm de espesor y conductividad térmica 100 W/m·K. Se sabe que existen condiciones de estado estable con T_1 = 400 K y T_2 = 600 K. Determine el flujo de calor q''_x y el gradiente de temperatura dT/dx para el sistema coordenado que se muestra.



2.10 Un cilindro de radio r_0, longitud L y conductividad térmica k está inmerso en un fluido de coeficiente de convección h y temperatura desconocida T_∞. En cierto instante la distribución de temperatura en el cilindro es $T(r) = a + br^2$, donde a y b son constantes. Obtenga expresiones para la velocidad de transferencia de calor en r_0 y la temperatura del fluido.

2.11 En el cuerpo bidimensional que se ilustra, se encuentra que el gradiente en la superficie A es $\partial T/\partial y$ = 30 K/m. ¿Cuánto valen $\partial T/\partial y$ y $\partial T/\partial x$ en la superficie B?

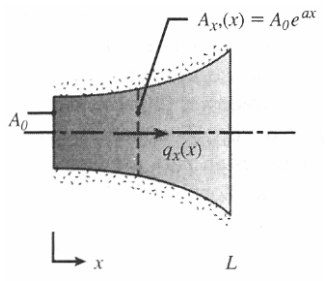


2.12 Algunas secciones del oleoducto de Alaska están tendidas sobre tierra, sostenidas por columnas verticales de acero (k = 25 W/m·K) de 1 m de longitud y sección transversal de 0.005 m^2. En condiciones normales de operación, se sabe que la variación de temperatura de un extremo a otro de la longitud de una columna se rige por una expresión de la forma

$$T = 100 - 150\,x + 10\,x^2$$

donde T y x tienen unidades de °C y metros, respectivamente. Las variaciones de temperatura son insignificantes sobre la sección transversal de la columna. Evalúe la temperatura y rapidez de conducción de calor en la unión columna-ducto (x = 0) y en la interfaz columna-tierra (x = 1 m). Explique la diferencia en las transferencias de calor.

2.13 Una conducción unidimensional en estado estable se produce en una varilla de conductividad térmica constante, k, y de área variable de la sección transversal, $A_x(x) = A_0\, e^{ax}$, donde A_0 y a son constantes. La superficie lateral de la varilla está bien aislada.



(a) Escriba una expresión para la rapidez de conducción de calor, $q_x(x)$. Use esta expresión para determinar la distribución de temperatura $T(x)$ y dibuje cualitativamente la distribución para $T(0) > T(L)$.

(b) Ahora considere condiciones para las que se genera energía térmica en la varilla a una rapidez volumétrica $\dot{q} = \dot{q}_0 \exp(-ax)$, donde $\dot{q}_0$ es una constante. Obtenga una expresión para $q_x(x)$ cuando la cara izquierda ($x = 0$) está bien aislada.

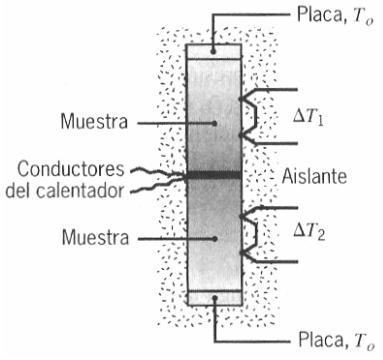
Propiedades termofísicas

2.14 Una varilla cilíndrica sólida, 0.1 m de longitud y 25 mm de diámetro, está bien aislada en la parte lateral, mientras que las caras de sus extremos se mantienen a temperaturas de 100 y 0ºC. ¿Cuál es la rapidez de transferencia de calor a través de la varilla si se construye de (a) cobre puro, (b) aleación de aluminio 2024-T6, (c) acero inoxidable AISI 302, (d) nitruro de silicio, (e) madera (roble), (t) óxido magnésico, 85% y (g) Pyrex?

2.15 Un sistema unidimensional sin generación de calor tiene un espesor de 20 mm con superficies que se mantienen a temperaturas de 275 y 325 K. Determine el flujo de calor a través del sistema si se construye con (a) aluminio puro, (b) acero ordinario al carbono, (c) acero inoxidable 316 AISI, (d) pyroceram, (e) Teflón y (f) concreto.

2.16 Un anuncio por televisión de un bien conocido fabricante de aislantes afirma: no es el espesor del material aislante lo que cuenta, sino el valor R. El comercial muestra que, para obtener un valor R de 19, necesita 18 pies de piedra, 15 pulgadas de madera o sólo 6 pulgadas del aislante del fabricante. ¿Es técnicamente razonable este comercial? Si usted es como la mayoría de los telespectadores, no sabe que el valor R se define como L/k, donde L(pulgadas) es el espesor del aislante y k(Btu pulgada/hr pie^2 °F) es la conductividad térmica del material.

2.17 Un aparato para medir la conductividad térmica emplea un calentador eléctrico intercalado entre dos muestras idénticas de 30 mm de diámetro y 60 mm de longitud, prensadas entre placas que se mantienen a una temperatura uniforme $T_0 = 77$°C mediante la circulación de un fluido. Se pone grasa conductora entre todas las superficies para asegurar un buen contacto térmico. Se empotran termopares diferenciales en las muestras con un espaciado de 15 mm. Las caras laterales de las muestras se aíslan para asegurar una transferencia de calor unidimensional a través de las muestras.



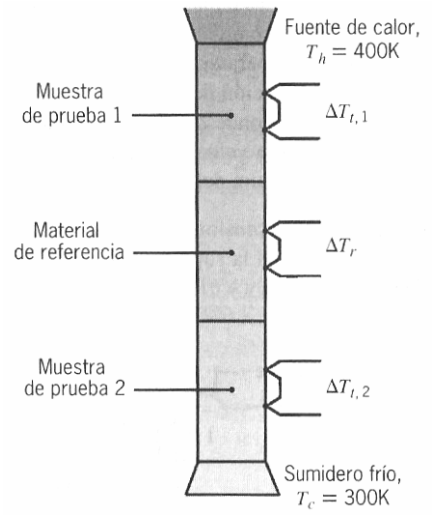
(a) Con dos muestras de SS316 en el aparato, el calentador toma 0.353 A a 100 V y los termopares diferenciales indican $\Delta T_1 = \Delta T_2 = 25$ .0°C. ¿Cuál es la conductividad térmica del material de la muestra de acero inoxidable? ¿Cuál es la temperatura promedio de las muestras? Compare sus resultados con el valor de conductividad térmica que se informa para este material en la tabla A.2.

(b) Por error, se ha puesto una muestra de hierro Armco en la posición inferior del aparato con una de las muestras de SS316 de la parte (a) en la parte superior. Para esta si-

tuación, el calentador toma 0.601 A a 100 V, y los termopares diferenciales indican $\Delta T_1 = \Delta T_2 = 15.0°C$. ¿Cuál es la conductividad térmica y la temperatura promedio de la muestra de hierro Armco?

(c) ¿Cuál es la ventaja de construir el aparato con el calentador intercalado entre dos muestras idénticas en lugar de construirlo con una sola combinación muestra-calentador? ¿Cuándo resulta significativo el escape de calor por la superficie lateral de las muestras? ¿Bajo qué condiciones esperaría que $\Delta T_1 \neq \Delta T_2$?

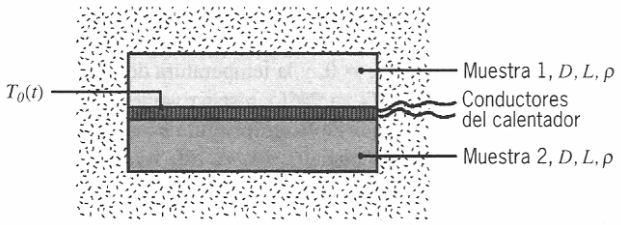
2.18 Un método *comparativo* común para medir la conductividad térmica de metales se ilustra en el diagrama. Muestras de prueba cilíndricas (1 y 2) y una muestra de referencia de igual diámetro y longitud se apilan bajo presión y bien aisladas (no se muestran en el diagrama) sobre las superficies laterales. La conductividad térmica del material de referencia, hierro Armco en este caso, se da por conocida con referencia a la tabla A.2. Para la condición de extremo sumidero de $T_h = 400$ K y $T_c = 300$ K, los termopares diferenciales que se insertan en las muestras con un espaciado de 10 mm indican $\Delta T_r = 2.49°C$ y $\Delta T_1 = \Delta T_2 = 3.32°C$ para las muestras de referencia y de prueba, respectivamente.



(a) ¿Cuál es la conductividad térmica del material de prueba? ¿Qué temperatura asignaría a este valor medido?

(b) ¿Bajo qué condiciones esperaría que ΔT_1 no fuera igual a ΔT_2?

2.19 Un método para determinar la conductividad térmica k y el calor específico c_p de un material se ilustra en el diagrama.



Inicialmente las dos muestras idénticas de diámetro $D = 60$ mm y espesor $L = 10$ mm y el delgado calentador están a una temperatura uniforme de $T_i = 23.00°C$, mientras está rodeado por un polvo aislante. Súbitamente el calentador se energiza para proporcionar un flujo de calor uniforme q_0'', en cada una de las interfaces de la muestra, y el flujo de calor se mantiene constante durante un intervalo Δt_0. Poco tiempo después de que se inicia el calentamiento súbito, la temperatura en su interfaz T_0 se relaciona con el flujo de calor como

$$T_0(t) - T_i = 2q_0''\left(\frac{t}{\pi\rho c_p k}\right)^{1/2}$$

Para un ejercicio de prueba particular, el calentador eléctrico disipa 15.0 W por un periodo $\Delta t_0 = 120$ s y la temperatura en la interfaz es $T_0(30\text{ s}) = 24.57°C$ después de 30 s de calentamiento. Mucho tiempo después de que el calentador se desconecta, $t >> \Delta t_0$, las muestras alcanzan la temperatura uniforme $T_0(\infty) = 33.50°C$. La densidad de los materiales de la muestra, determinada por mediciones de volumen y masa, es $\rho = 3965$ kg/m^3. Determine el calor específico y la conductividad térmica del material de prueba. Con los valores de las propiedades termofísicas de la tabla A.2, identifique el material de la muestra de prueba.

Ecuación de calor

2.20 En un instante determinado, la distribución de temperatura dentro de un cuerpo infinito homogéneo está dada por la función

$$T(x, y, z) = x^2 - 2y^2 + z^2 - xy + 2yz$$

Suponiendo propiedades constantes y ninguna generación interna de calor, determine las regiones donde la temperatura cambia con el tiempo.

2.21 En una vanilla cilíndrica de 50 mm de diámetro de combustible de un reactor nuclear ocurre generación interna de calor a $\dot{q}_1 = 5\times10^7$ W/m^3, y en condiciones de estado estable la distribución de temperatura es $T(r) = a + br^2$, donde T está en grados Celsius y r en metros, mientras a = 800°C y $b = -4.167\times10^5$°C/m^2. Las propiedades de la varilla de combustible son k = 30 W/m·K, ρ = 1100 kg/m^3 y c_p = 800 J/kg·K.

(a) ¿Cuál es la velocidad de transferencia de calor por unidad de longitud de la varilla en r = 0 (línea central) y en r = 25 mm (superficie)?

(b) Si el nivel de potencia del reactor aumenta súbitamente a $\dot{q}_2 = 10^8$ W/m^3, ¿cuál es la velocidad de cambio de temperatura en el tiempo inicial en r = 0 y r = 25 mm?

2.22 Se observa que la distribución de temperatura de estado estable en una pared unidimensional de conductividad térmica 50 W/m·K y espesor 50 mm es T(°C) = $a + bx^2$, donde a = 200°C, b = -2000°C/m^2, y x está en metros.

(a) ¿Cuál es la rapidez de generación de calor $\dot{q}$ en la pared?

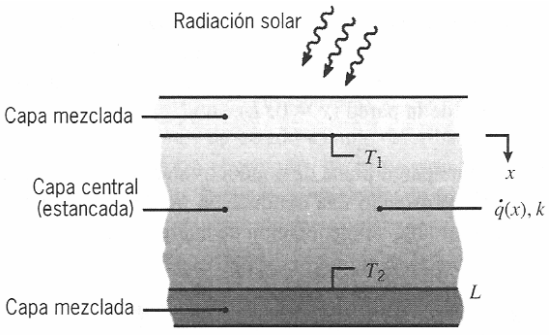
(b) Determine los flujos de calor en las dos caras de la pared. ¿De qué manera se relacionan estos flujos de calor con la rapidez de generación de calor?

2.23 La distribución de temperatura a través de una pared de 0.3 m de espesor en cierto instante es $T(x) = a + bx + cx^2$, donde T está en grados Celsius y x en metros, a = 200°C, b = -200°C/m, y c = 30°C/m^2. La pared tiene una conductividad térmica de 1 W/m·K.

(a) Tomando como base un área unitaria, determine la velocidad de transferencia de calor hacia dentro y hacia fuera de la pared y la rapidez de cambio de energía almacenada por la pared.

(b) Si la superficie fría se expone a un fluido a 100°C, ¿cuál es el coeficiente de convección?

2.24 Un estanque solar con gradiente salino es un cuerpo de agua poco profundo que consiste en tres capas fluidas distintas y se utiliza para colectar energía solar. Las capas superior e inferior están bien mezcladas y sirven para mantener las superficies superior e inferior de la capa central a temperaturas uniformes T_1 y T_2, donde $T_2 > T_1$. Aunque hay un movimiento de fluido global en las capas mezcladas, no existe este tipo de movimiento en la capa central. Considere condiciones para las que la absorción de la radiación solar en la capa central proporciona una generación no uniforme de calor de la forma $\dot{q} = Ae^{-ax}$, y la distribución de temperatura en la capa central es



$$T(x) = -\frac{A}{ka^2}e^{-ax} + Bx + C$$

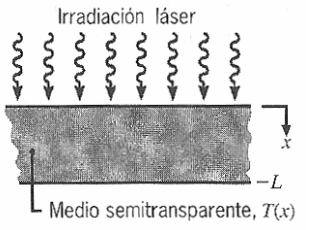
Las cantidades A (W/m^3), a (1/m), B (K/m), y C (K) son constantes conocidas que tienen las unidades que se establecen, y k es la conductividad térmica, que también es constante.

(a) Obtenga expresiones para la rapidez a la que se transfiere calor por unidad de área de la capa inferior mezclada a la capa central y de la capa central a la capa superior mezclada.

(b) Determine si las condiciones son estables o transitorias.

(e) Obtenga una expresión para la rapidez a la que se genera energía térmica en la capa central, por unidad de área superficial.

2.25 La distribución de temperaturas de estado estable en un material semitransparente con conductividad térmica k y espesor L expuesto a irradiación láser es de la forma



$$T(x) = -\frac{A}{ka^2}e^{-ax} + Bx + C$$

donde A, a, B, y C son constantes conocidas. Para esta situación, la absorción de radiación en el material se manifiesta por un término de generación de calor distribuido, $\dot{q}(x)$.

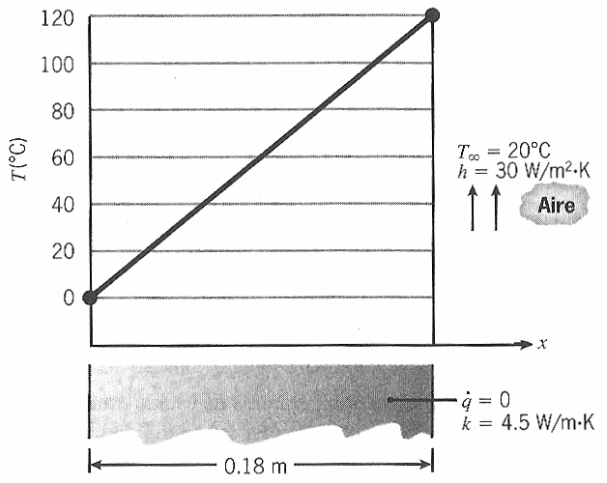
(a) Obtenga expresiones para los flujos de calor por conducción en las superficies superior e inferior.

(b) Derive una expresión para $\dot{q}(x)$.

(e) Derive una expresión para la rapidez a la que se absorbe la radiación en todo el material, por unidad de área superficial. Exprese el resultado en términos de las constantes conocidas para la distribución de temperaturas, conductividad térmica del material y espesor.

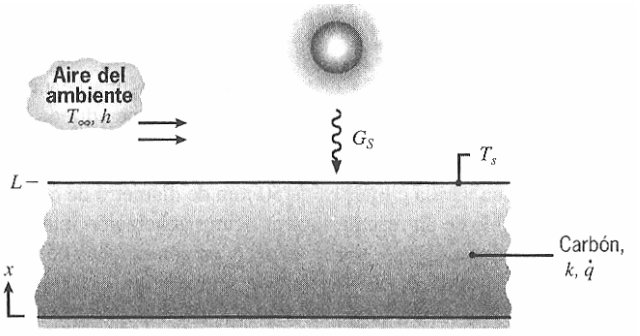
2.26 La distribución de temperaturas de estado estable en una pared unidimensional de conductividad térmica k y espesor L es $T = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Derive expresiones para la rapidez de generación de calor por unidad de volumen en la pared y los flujos de calor en las dos caras de la pared ($x = 0, L$).

2.27 En una pared plana de conductividad térmica constante está ocurriendo una conducción unidimensional en estado estable sin generación de energía interna. ¿Es posible la distribución de temperaturas que se describe? Explique en forma breve su razonamiento. Con la temperatura en $x = 0$, y la temperatura del fluido fija en $T(0) = 0$°C y $T_\infty = 20$°C, respectivamente, calcule y elabore una gráfica de la temperatura en $x = L$, $T(L)$, como función de h para $10 \le h \le 100$ W/m^2·K. Explique sus resultados de manera concisa.



2.28 Una capa plana de carbón de espesor $L = 1$ m experimenta una generación volumétrica uniforme a razón de $\dot{q} = 20$ W/m^3 debido a la oxidación lenta de las partículas de carbón. Promediada en un periodo diario, la superficie superior de la capa transfiere

calor por convección al aire del ambiente para el que h = 5 W/m^2·K y T_∞ = 25°C, mientras recibe irradiación solar por la cantidad G_s = 400 W/m^2. La absortividad y emisividad solar de la superficie son cada una $\alpha_s = \varepsilon = 0.95$.



(a) Escriba la forma de estado estable de la ecuación de difusión de calor para la capa de carbón. Verifique que esta ecuación se satisface para una distribución de temperaturas de la forma

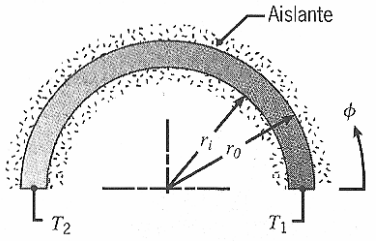
$$T(x) = T_s + \frac{\dot{q}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right)$$

A partir de esta distribución, ¿qué puede decir sobre las condiciones en la superficie inferior (x = 0)? Dibuje la distribución de temperaturas y marque las características clave.

(b) Obtenga una expresión para la velocidad de transferencia de calor por conducción para un área unitaria en $x = L$. Aplique un balance de energía a una superficie de control sobre la superficie superior de la capa y obtenga una expresión para T_s. Evalúe T_s y $T(0)$ para las condiciones que se establecen.

(c) Los valores promedio diarios de G_s y h dependen de un número de factores como la época del año, la nubosidad y las condiciones de viento. Para h = 5 W/m^2·K, calcule y elabore una gráfica de T_s y $T(0)$ como función de G_s para 50 ≤ G_s ≤ 500 W/m^2. Para G_s = 400 W/m^2, calcule y elabore una gráfica de T_s y $T(0)$ como función de h para 5 ≤ h ≤ 50 W/m2 K.

2.29 El sistema cilíndrico que se ilustra tiene una variación de temperatura insignificante en las direcciones r y z. Suponga que $\Delta r = r_o - r_i$ es pequeña comparada con r_i y denote la longitud en la dirección z, normal a la página, como L.



(a) Comenzando con un volumen de control definido de forma apropiada y considerando los efectos de generación y almacenamiento de energía, derive la ecuación diferencial que describe la variación en la temperatura con la coordenada angular ϕ. Compare su resultado con la ecuación 2.20.

(b) Para condiciones de estado estable sin generación interna de calor y con propiedades constantes, determine la distribución de temperatura $T(\phi)$ en términos de las constantes T_1, T_2, r_i y r_o. ¿Es lineal en ϕ esta distribución?

(c) Para las condiciones de la parte (b) escriba la expresión para la transferencia de calor q_ϕ.

2.30 Comenzando con un volumen de control diferencial en la forma de una coraza cilíndrica, derive la ecuación de difusión de calor para un sistema coordenado radial cilíndrico unidimensional con generación interna de calor. Compare sus resultados con la ecuación 2.20.

2.31 Comenzando con un volumen de control diferencial en la forma de una coraza esférica, derive la ecuación de difusión de calor para un sistema coordenado, radial, esfé-

rico y unidimensional con generación interna de calor. Compare su resultado con la ecuación 2.23.

2.32 Derive la ecuación de difusión de calor, ecuación 2.20, para coordenadas cilíndricas, comenzando con el volumen de control diferencial que se muestra en la figura 2.9.

2.33 Derive la ecuación de difusión de calor, ecuación 2.23, para coordenadas esféricas, comenzando con el volumen de control diferencial que se muestra en la figura 2.10.

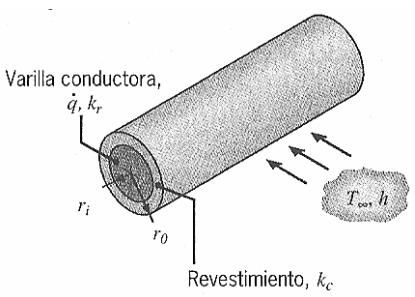
2.34 Se cubre un tubo de vapor con un aislante de radios interior y exterior, r_i y r_o, respectivamente. En un instante particular se sabe que la distribución radial de temperaturas en el aislante es de la forma

$$T(r) = C_1 \ln\left(\frac{r}{r_o}\right) + C_2$$

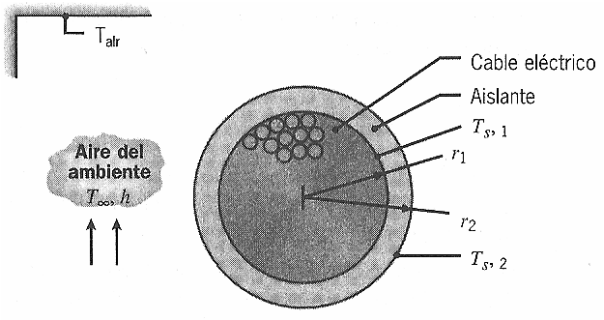
¿Son condiciones de estado estable o transitorias? ¿Cómo varían el flujo de calor y la rapidez de transferencia de calor con el radio?

2.35 Para un tubo circular largo de radios interno y externo r_1 y r_2, respectivamente, se mantienen temperaturas uniformes T_1 y T_2 en las superficies interna y externa, mientras la generación de energía térmica ocurre dentro de la pared del tubo ($r_1 < r < r_2$). Considere condiciones de estado estable para las que $T_1 > T_2$. ¿Es posible mantener una distribución de temperaturas radial lineal en la pared? Si es así, ¿qué condiciones especiales deben existir?

2.36 El paso de una corriente eléctrica a través de una larga varilla conductora de radio r_i y conductividad térmica k_r tiene como resultado un calentamiento volumétrico uniforme a una velocidad de $\dot{q}$. La varilla conductora se envuelve en un material de revestimiento no conductor de radio externo r_o y conductividad térmica k_c, y se suministra enfriamiento por convección mediante un fluido contiguo. Para condiciones de estado estable, escriba las formas apropiadas de las ecuaciones de calor para la varilla y el revestimiento. Exprese condiciones de frontera apropiadas para la solución de estas ecuaciones.



2.37 Un cable eléctrico de radio r1 y conductividad térmica kc, envuelto por una cubierta aislante cuya superficie exterior tiene radio r2, experimenta transferencia de calor por convección e intercambio de radiación con el aire contiguo y alrededores, respectivamente. Cuando pasa corriente eléctrica a través del cable, se genera energía térmica dentro del cable a razón de $\dot{q}$.



(a) Escriba las formas de estado estable de la ecuación de difusión de calor para el aislante y el cable. Verifique que estas ecuaciones sean satisfechas por las siguientes distribuciones de temperatura:

Aislante: $$T(r) = T_{s,2} + \left(T_{s,1} - T_{s,2}\right)\frac{\ln\left(r/r_2\right)}{\ln\left(r_1/r_2\right)}$$

Cable: $$T(r) = T_{s,1} + \frac{\dot{q} r_1^2}{4k_c}\left(1 - \frac{r^2}{r_1^2}\right)$$

Dibuje la distribución de temperaturas, $T(r)$, en el cable y en la cubierta, señalando las características clave.

(b) Aplicando la ley de Fourier, muestre que la rapidez de transferencia de calor por conducción por unidad de longitud a través de la cubierta puede expresarse como

$$q'_r = \frac{2\pi k_s \left(T_{s,1} - T_{s,2}\right)}{\ln\left(r_2/r_1\right)}$$

Aplicando un balance de energía a una superficie de control colocada alrededor del cable, obtenga una expresión alternativa para q'_r que exprese sus resultados en términos de $\dot{q}$ y r_1.

(c) Aplicando un balance de energía a una superficie de control colocada alrededor de la superficie externa de la cubierta, obtenga una expresión de la que $T_{s,2}$ se determine como función de $\dot{q}$, r_1, h, T_∞, ε y T_{alr}.

(d) Considere condiciones para las que 250 A pasan a través de un cable que tiene una resistencia eléctrica por unidad de longitud de R'_e = 0.005 Ω/m, un radio de r_1 = 15 mm y una conductividad térmica de k_c = 200 W/m·K. Para k_s = 0.15 W/m·K, r_2 = 15.5 mm, h = 25 W/m^2·K, ε = 0.9, T_∞ = 25°C, y T_{alr} = 35°C; evalúe las temperaturas de las superficies, $T_{s,1}$ y $T_{s,2}$, así como la temperatura T_o en la línea central del cable.

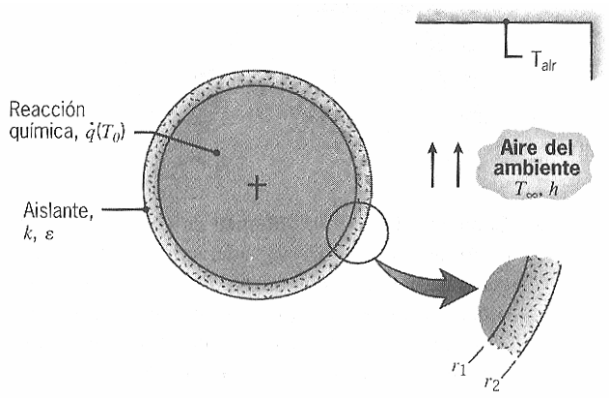
(e) Con todas las otras condiciones sin cambio, calcule y elabore una gráfica de T_o, $T_{s,1}$ y $T_{s,2}$ como función de r_2 para $15.5 \le r_2 \le 20$ mm.

2.38 Una cubierta esférica de radios interior y exterior r_i y r_o, respectivamente, contiene componentes disipadores de calor y se sabe que en un instante particular la distribución de temperaturas es

$$T(r) = (C_1/r) + C_2$$

¿Son condiciones de estado estable o transitorias? ¿Cómo varían el flujo de calor y la rapidez de transferencia de calor con el radio?

2.39 Una mezcla química reactiva se almacena en un contenedor esférico de pared delgada cuyo radio es r_1 = 200 mm, y la reacción exotérmica genera calor a una razón volumétrica uniforme, pero dependiente de la temperatura de $\dot{q} = \dot{q}_o \exp(-A/T_o)$, donde $\dot{q}_o$ = 5000 W/m^3, A = 75 K, y T_o es la temperatura de la mezcla en kelvin. El recipiente está encerrado por un material aislante de radio exterior r_2, conductividad térmica k y emisividad ε. La superficie externa del aislante experimenta una transferencia de calor por convección y un intercambio neto de radiación con el aire adyacente y los alrededores, respectivamente.



(a) Escriba la forma de estado estable de la ecuación de difusión de calor para el aislante. Verifique que esta ecuación se satisfaga con la distribución de temperaturas

$$T(r) = T_{s,1} - \left(T_{s,1} - T_{s,2}\right)\left[\frac{1-(r_1/r)}{1-(r_1/r_2)}\right]$$

Dibuje la distribución de temperaturas, $T(r)$, y señale las características clave.

(b) Aplicando la ley de Fourier, muestre que la rapidez de transferencia de calor por conducción a través del aislante se expresa como

$$q_r = \frac{4\pi k\left(T_{s,1} - T_{s,2}\right)}{(1/r_1)-(1/r_2)}$$

Aplicando un balance de energía a una superficie de control alrededor del recipiente, obtenga una expresión alternativa para q_r y exprese sus resultados en términos de $\dot{q}$ y r_1.

(c) Aplicando un balance de energía a una superficie de control alrededor de la superficie externa del aislante, obtenga una expresión de la cual $T_{s,2}$ pueda determinarse como función de $\dot{q}$, r_1, h, T_∞, ε y T_{alr}.

(d) El ingeniero de procesos desea mantener una temperatura de reactor de $T_o = T(r_1) =$ 95°C en condiciones para las que $k = 0.05$ W/m·K, $r_2 = 208$ mm, $h = 5$ W/m^2·K, $\varepsilon = 0.9$, T_∞ =25°C y T_{alr} 35°C. ¿Cuál es la temperatura de la superficie externa del aislante, $T_{s,2}$?

(c) Calcule y elabore una gráfica de la variación de $T_{s,2}$ con r_2 para $201 \le r_2 \le 210$ mm. El ingeniero está preocupado por las lesiones y quemaduras que pueda sufrir el personal que esté en contacto con la superficie expuesta del aislante. ¿El aumento del espesor del aislante es una solución práctica para mantener $T_{s,2} \le 45$°C? ¿Qué otros parámetros hay que variar para reducir $T_{s,2}$?

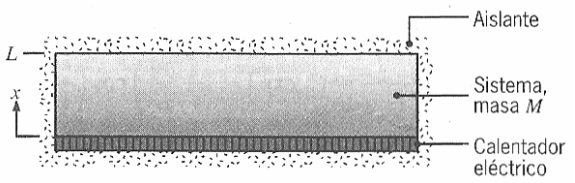
Representaciones gráficas

2.40 En el ejemplo 2.3, consideramos una barra de cobre que inicialmente estaba a una temperatura uniforme y se calentó de pronto mediante el paso de una corriente eléctrica. Suponga que $T_\infty > T_o$.

(a) En coordenadas T_∞–x, dibuje las distribuciones de temperaturas para las siguientes condiciones: condición inicial ($t \le 0$), condición de estado estable ($t \to \infty$) y para dos tiempos intermedios. Suponga que la corriente eléctrica es lo bastante grande para que la superficie externa de la barra ($x = L$) esté más caliente que el aire.

(b) En coordenadas q''_x–t, dibuje el flujo de calor en las caras de la barra. Es decir, muestre de forma cualitativa cómo $q''_x(0, t)$ y $q''_x(L, t)$ varían con el tiempo.

2.41 El sistema unidimensional de masa M, con propiedades constantes y sin generación interna de calor que se muestra en la figura está inicialmente a una temperatura uniforme T_i. El calentador eléctrico se energiza súbitamente proporcionando un flujo de calor uniforme q''_o en la superficie $x = 0$. Las fronteras en $x = L$ y en cualquier parte están muy bien aisladas.



(a) Escriba la ecuación diferencial e identifique las condiciones inicial y de frontera que se podrían usar para determinar la temperatura como función de la posición y el tiempo en el sistema.

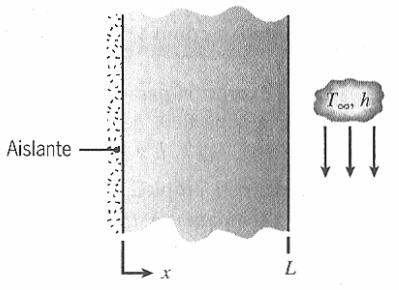
(b) En coordenadas T–x, dibuje las distribuciones de temperatura para la condición ini-

cial ($t \leq 0$) y para varios periodos después de que se energiza el calentador. ¿Se alcanzará en algún momento una distribución de temperaturas de estado estable?

(c) En coordenadas q''_x–t, dibuje el flujo de calor $q''_x(x, t)$ en los planos $x = 0$, x = $L/2$, y $x = L$ como función del tiempo.

(d) Después de transcurrido un tiempo t, se anula la potencia del calentador. Suponga que el aislante es perfecto, el sistema eventualmente alcanzará una temperatura uniforme T_f. Derive una expresión que sirva para determinar T_f como función de los parámetros q''_o, t_e, T_i, y las características del sistema M, c_p, y A_s (área de la superficie del calentador).

2.42 La pared plana con propiedades constantes y sin generación interna de calor que se muestra en la figura está inicialmente a una temperatura uniforme T_i. La superficie en $x = L$ se calienta de pronto con un fluido a T_∞ que tiene un coeficiente de transferencia de calor por convección h. La frontera en $x = 0$ está perfectamente aislada.



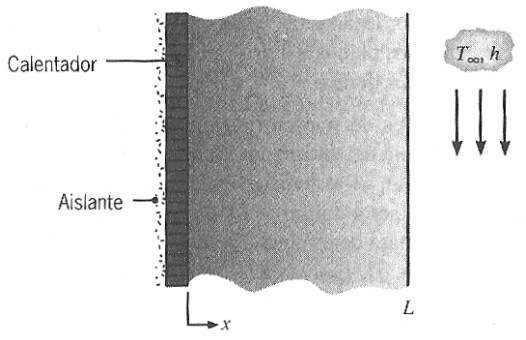
(a) Escriba la ecuación diferencial e identifique las condiciones inicial y de frontera que servirían para determinar la temperatura como función de la posición y del tiempo en la pared.

(b) En coordenadas T–x, dibuje las distribuciones de temperatura para las siguientes condiciones: condición inicial ($t \leq 0$), condición de estado estable ($t \to \infty$) y dos tiempos intermedios.

(c) En coordenadas q''_x–t, dibuje el flujo de calor en $x = 0$ y $x = L$. Es decir, muestre de forma cualitativa cómo $q''_x(0, t)$ y $q''_x(L, t)$ varían con el tiempo.

(d) Escriba una expresión para la energía total transferida a la pared por unidad de volumen de la pared (J/m^3).

2.43 Una pared plana tiene propiedades constantes, no presenta generación interna de energía y está inicialmente a una temperatura uniforme T_i. De pronto, la superficie en $x = L$ se calienta por un fluido a T_∞ que tiene un coeficiente de convección h. En el mismo instante, el calentador eléctrico se conecta y proporciona un flujo de calor constante q''_o en $x = 0$.



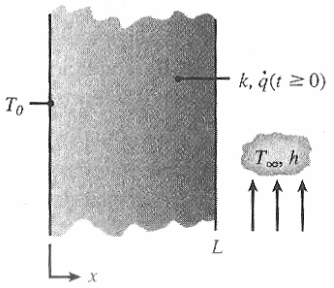
(a) En coordenadas T–x, dibuje las distribuciones de temperatura para las siguientes condiciones: condición inicial ($t \leq 0$), condición de estado estable ($t \to \infty$) y dos tiempos intermedios.

(b) En coordenadas q''_x–x, dibuje el flujo de calor que corresponde a las cuatro distribuciones de temperatura de la parte (a).

(c) En coordenadas q''_x–t, dibuje el flujo de calor en las posiciones $x = 0$ y $x = L$. Es decir, muestre de forma cualitativa cómo varían con el tiempo $q''_x(0, t)$ y $q''_x(L, t)$.

(d) Derive una expresión para la temperatura de estado estable en la superficie del calentador, $T(0, \infty)$, en términos de q''_o, T_∞, k, h y L.

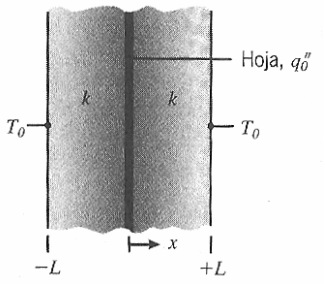
2.44 Una pared plana con propiedades constantes está inicialmente a una temperatura uniforme T_o. De pronto, la superficie en $x = L$ se expone a un proceso de convección con un fluido a T_∞ ($> T_o$) que tiene un coeficiente de convección h. También repentinamente la pared experimenta un calentamiento volumétrico interno uniforme $\dot{q}$ que es suficiente para inducir una temperatura de estado estable máxima dentro de la pared, temperatura que excede la del fluido. La frontera en $x = 0$ permanece a T_o.



(a) En coordenadas T–x, dibuje las distribuciones de temperatura para las siguientes condiciones: condición inicial ($t \leq 0$), condición de estado estable ($t \to \infty$), y para dos lapsos intermedios. Muestre también la distribución para la condición especial cuando no hay un flujo de calor en la frontera $x = L$.

(b) En coordenadas q''_x–t, dibuje el flujo de calor en las posiciones $x = 0$ y $x = L$, es decir, $q''_x(0, t)$ y $q''_x(L, t)$, respectivamente.

2.45 Una hoja muy delgada, conductora eléctrica, se intercala entre dos paredes planas no conductoras de electricidad de espesor equivalente L y conductividad térmica k. Si se hace pasar una corriente eléctrica a través de la hoja, se genera calor dentro de la hoja, lo que crea un flujo de calor uniforme en la interfaz entre las paredes. Considere condiciones para las que las paredes estén inicialmente a una temperatura T_i y el calentamiento óhmico mantenga un flujo de calor uniforme q''_o en la interfaz para $t \geq 0$. Al mismo tiempo, las superficies expuestas se mantienen a la temperatura fija T_o que excede T_i.



(a) En un sistema coordenado T–x, dibuje la distribución de temperaturas $T(x)$ en las paredes ($-L \leq x \leq +L$) para la condición inicial ($t = 0$), para la condición final de estado estable ($t \to \infty$) y para dos instantes de tiempo intermedios.

(b) En coordenadas q''_x–t, dibuje la variación del flujo de calor local para las posiciones $x = 0$ y $x = L$, es decir, $q''_x(0, t)$ y $q''_x(L, t)$, respectivamente.

2.46 Una pared plana que está aislada en uno de sus lados ($x = 0$) está inicialmente a una temperatura uniforme T_i, cuando la superficie expuesta en $x = L$ se eleva de pronto a una temperatura T_s.

(a) Verifique que la siguiente ecuación caracteriza de forma correcta la variación subsecuente de la temperatura de la pared, $T(x, t)$, con la posición y el tiempo:

$$\frac{T(x,t)-T_s}{T_i-T_s} = C_1 \exp\left(-\frac{\pi^2}{4}\frac{\alpha t}{L^2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{x}{L}\right)$$

donde C_1 es una constante y α es la difusividad térmica.

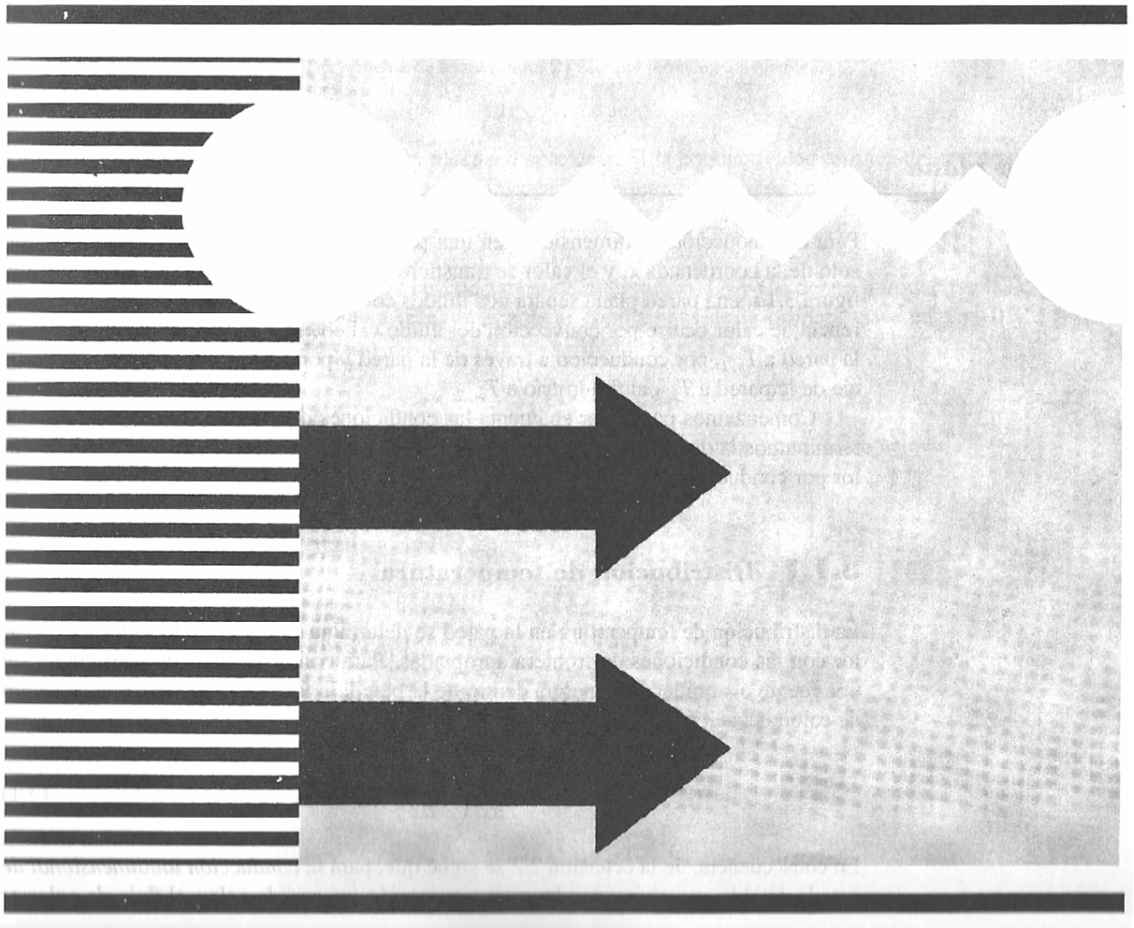
(b) Obtenga expresiones para el flujo de calor en $x = 0$ y $x = L$.

(c) Dibuje la distribución de temperaturas $T(x)$ en $t = 0$, $t \to \infty$ y en un periodo intermedio. Dibuje la variación con el tiempo del flujo de calor en $x = L$, $q''_L(t)$.

(d) ¿Qué efecto tiene α sobre la respuesta térmica del material a un cambio en la temperatura de la superficie?

CAPÍTULO 3

Conducción unidimensional de estado estable



En este capítulo tratamos situaciones en las que el calor se transfiere por difusión en condiciones unidimensionales de estado estable. Lo de "unidimensionales" se refiere al hecho de que sólo se necesita una coordenada para describir la variación espacial de la variables dependientes. Así, en un sistema unidimensional existen gradientes de temperatura a lo largo de una sola dirección coordenada y la transferencia de calor ocurre exclusivamente en esa dirección. El sistema se caracteriza por condiciones de estado estable si la temperatura en cada punto es independiente del tiempo. A pesar de su simplicidad inherente, los modelos unidimensionales de estado estable sirven para representar de forma precisa numerosos sistemas de ingeniería.

Iniciamos el análisis de la conducción unidimensional de estado estable con el análisis de la transferencia de calor sin generación interna (sección 3.1 a 3.3). El objetivo es determinar expresiones para la distribución de temperatura y para la transferencia de calor en geometrías comunes. Se introduce el concepto de resistencia térmica (análoga a la resistencia eléctrica) como una ayuda para resolver problemas de transferencia de calor por conducción. Después se trata el efecto de la generación interna de calor sobre la distribución de temperatura y la conducción de calor (sección 3.4). Finalmente, el análisis de la conducción describe el funcionamiento de superficies extendidas o aletas. en donde debe considerarse el papel de la convección en la frontera (sección 3.5).

3.1

La pared plana

Para la conducción unidimensional en una pared plana, la temperatura es una función sólo de la coordenada x, y el calor se transfiere exclusivamente en esta dirección. En la figura 3.1*a*, una pared plana separa dos fluidos con temperaturas diferentes. La transferencia de calor ocurre por convección del fluido caliente a $T_{\infty,1}$ hacia una superficie de la pared a $T_{s,1}$, por conducción a través de la pared y por convección de la otra superficie de la pared a $T_{s,2}$ al fluido frío a $T_{\infty,2}$.

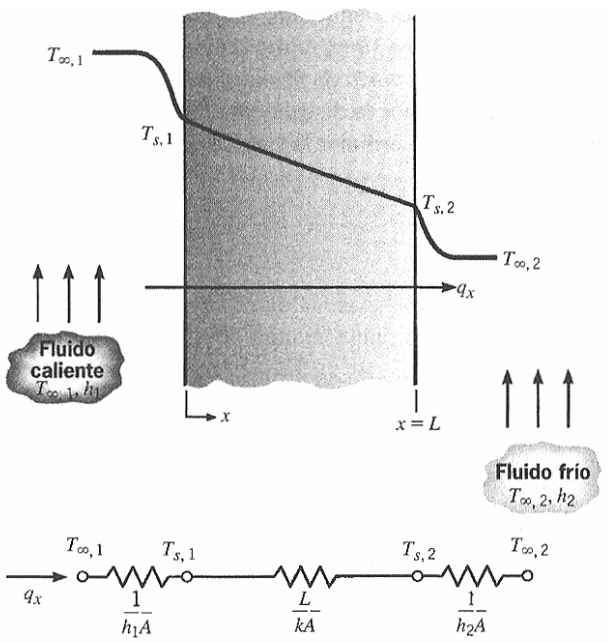


FIGURA 3.1 Transferencia de calor a través de una pared plana. (*a*) Distribución de temperatura. (*b*) Circuito térmico equivalente.

Comenzamos por tomar en cuenta las condiciones *dentro* de la pared. Primero determinamos la distribución de temperatura, de la que se obtiene la transferencia de calor por conducción.

3.1.1 Distribución de temperatura

La distribución de temperatura en la pared se determina resolviendo la ecuación de calor con las condiciones de frontera apropiadas. Para condiciones de estado estable sin una fuente o sumidero de energía dentro de la pared, la forma apropiada de la ecuación de calor, ecuación 2.17, es

$$\frac{d}{dx}\left(k\frac{dT}{dx}\right) = 0 \tag{3.1}$$

En consecuencia, de la ecuación 2.2 se sigue que, para la *conducción unidimensional de estado estable en una pared plana sin generación interna de calor, el flujo de calor es una constante, independiente de x*. Si la conductividad térmica del material de la pared se supone constante, la ecuación se integra dos veces para obtener la *solución general*

$$T(x) = C_1 x + C_2 \tag{3.2}$$

Para obtener las constantes de integración, C_1 y C_2, deben introducirse las condiciones de frontera. Elegimos aplicar condiciones de la primera clase en $x = 0$ y $x = L$, en cuyo caso

$$T(0) = T_{s,1} \quad \text{y} \quad T(L) = T_{s,2}$$

Al aplicar la condición en $x = 0$ a la solución general, se sigue que

$$T_{s,1} = C_2$$

De manera similar, en $x = L$,

$$T_{s,2} = C_1 L + C_2 = C_1 L + T_{s,1}$$

en cuyo caso

$$\frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{L} = C_1$$

Al sustituir en la solución general, la distribución de temperatura es

$$T(x) = \left(T_{s,2} - T_{s,1}\right)\frac{x}{L} + T_{s,1} \tag{3.3}$$

De este resultado es evidente que, *para la conducción unidimensional en estado estable de una pared plana sin generación interna de calor y conductividad térmica constante*, *la temperatura varía de forma lineal con x*.

Ahora que tenemos la distribución de temperaturas, utilizaremos la ley de Fourier, ecuación 2.1, para determinar la transferencia de calor por conducción. Es decir,

$$q_x = -k\,A\frac{dT}{dx} = \frac{k\,A}{L}\left(T_{s,1} - T_{s,2}\right) \tag{3.4}$$

Advierta que A es el área de la pared normal hacia la dirección de la transferencia de calor y, para la pared plana, es una constante independiente de x. El flujo de calor es entonces

$$q''_x = \frac{q_x}{A} = \frac{k}{L}\left(T_{s,1} - T_{s,2}\right) \tag{3.5}$$

Las ecuaciones 3.4 y 3.5 indican que tanto la transferencia de calor q_x como el flujo de calor q'' son constantes independientes de x.

En los párrafos precedentes usamos el *enfoque estándar* para resolver problemas de conducción. Es decir, la solución general para la distribución de temperaturas se obtiene resolviendo primero la forma apropiada de la ecuación de calor. Las condiciones de frontera se aplican después para obtener la solución particular, que se usa con la ley de Fourier para determinar la transferencia de calor. Note que optamos por establecer temperaturas superficiales en $x = 0$ y $x = L$ como condiciones de frontera, aunque

son las temperaturas del fluido y no las temperaturas de las superficies las que se conocen normalmente. Sin embargo, como las temperaturas contiguas del fluido y de la superficie se relacionan con facilidad mediante un balance de energía en la superficie (véase la sección 1.3.2), es sencillo expresar las ecuaciones 3.3 y 3.5 en términos de las temperaturas del fluido, en lugar de las de la superficie. De manera alternativa, es posible obtener resultados equivalentes utilizando los balances de energía en la superficie como condiciones de frontera de la tercera clase al evaluar las constantes de la ecuación 3.2 (véase el problema 3.1).

3.1.2 Resistencia térmica

En este punto notamos que la ecuación 3.4 propone un concepto muy importante. En particular, existe una analogía entre la difusión de calor y la carga eléctrica. De la misma manera que se asocia una resistencia eléctrica con la conducción de electricidad se asocia una resistencia térmica con la conducción de calor. Al definir la resistencia como la razón de un potencial de transmisión a la transferencia de calor correspondiente, se sigue de la ecuación 3.4 que la *resistencia térmica para la conducción* es

$$R_{t,\text{cond}} \equiv \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{q_x} = \frac{L}{k\,A} \tag{3.6}$$

De manera similar, para la conducción eléctrica en el mismo sistema, la ley de Ohm proporciona una resistencia de la forma

$$R_e = \frac{E_{s,1} - E_{s,2}}{I} = \frac{L}{\sigma\,A} \tag{3.7}$$

La analogía entre las ecuaciones 3.6 y 3.7 es obvia. Una resistencia térmica también se asocia con la transferencia de calor mediante convección a una superficie. De la ley de enfriamiento de Newton,

$$q = h\,A(T_s - T_\infty) \tag{3.8}$$

la resistencia térmica para convección es entonces

$$R_{t,\text{conv}} \equiv \frac{T_s - T_\infty}{q} = \frac{1}{h\,A} \tag{3.9}$$

Las representaciones de circuitos proporcionan una herramienta útil para conceptualizar y cuantificar problemas de transferencia de calor. El circuito térmico equivalente para la pared plana con condiciones de convección superficiales se muestra en la figura 3.1*b*. La transferencia de calor se determina mediante la consideración por separado de cada elemento en el enmallado. Como q_x es constante a través del enmallado, se sigue que

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{s,1}}{1/h_1 A} = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{L/k\,A} = \frac{T_{s,2} - T_{\infty,2}}{1/h_2 A} \tag{3.10}$$

En términos de la *diferencia total de temperatura*, $T_{\infty,1} - T_{\infty,2}$, y de la *resistencia térmica total*, R_{tot}, la transferencia de calor también se expresa como

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{R_{\text{tot}}} \tag{3.11}$$

Como las resistencias de conducción y convección están en serie y pueden sumarse, se sigue que

$$R_{\text{tot}} = \frac{1}{h_1 A} + \frac{L}{k\,A} + \frac{1}{h_2 A} \tag{3.12}$$

Con todo, sería pertinente otra resistencia si una superficie está separada de los *alrededores* por un gas (sección 1.2.3). En particular, el intercambio de radiación entre la superficie y sus alrededores puede ser importante, y la transferencia se establece con la ecuación 1.8. Se sigue que una *resistencia térmica para radiación* se define como

$$R_{t,\text{rad}} \equiv \frac{T_s - T_{\text{alr}}}{q_{\text{rad}}} = \frac{1}{h_r A} \tag{3.13}$$

donde h_r se determina a partir de la ecuación 1.9. Las resistencias de radiación y convección superficiales actúan en paralelo, y si $T_\infty = T_{\text{alr}}$, se combinan para obtener una sola resistencia efectiva de la superficie.

3.1.3 Pared compuesta

Los circuitos térmicos también sirven para sistemas más complejos, como las *paredes compuestas*. Estas paredes incluyen cualquier número de resistencias térmicas en serie y en paralelo debido a capas de diferentes materiales. Considere la pared compuesta en serie de la figura 3.2. La transferencia unidimensional de calor para este sistema se expresa como

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,4}}{\sum R_t} \tag{3.14}$$

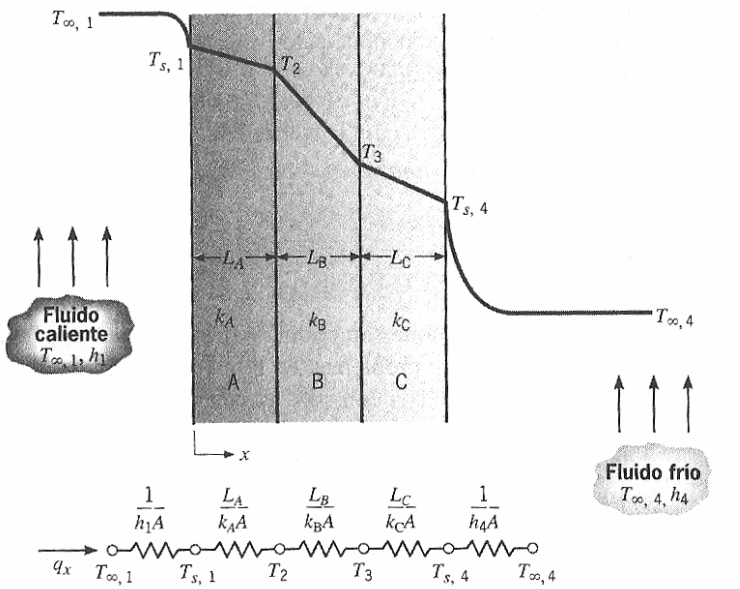


FIGURA 3.2 Circuito térmico equivalente para una pared compuesta en serie.

donde $T_{\infty,1} - T_{\infty,4}$ es la diferencia *total* de temperatura, y la suma incluye todas las resistencias térmicas. Por tanto,

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,4}}{\left[\left(1/h_1 A\right) + \left(L_A/k_A A\right) + \left(L_B/k_B A\right) + \left(L_C/k_C A\right) + 1/h_4 A\right]} \tag{3.15}$$

De manera alternativa, la transferencia de calor se relaciona con la diferencia de temperatura y la resistencia asociadas con cada elemento. Por ejemplo,

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{s,1}}{1/h_1 A} = \frac{T_{s,1} - T_2}{L_A/k_A A} = \frac{T_2 - T_3}{L_B/k_B A} = \frac{T_3 - T_{s,4}}{L_C/k_C A} = \frac{T_{s,4} - T_{\infty,4}}{1/h_4 A} \tag{3.16}$$

Con sistemas compuestos suele ser conveniente trabajar con un *coeficiente global de transferencia de calor*, U, que se define con una expresión análoga a la ley de enfriamiento de Newton. En consecuencia,

$$q_x = UA\,\Delta T \tag{3.17}$$

donde ΔT es la diferencia total de temperatura. El coeficiente global de transferencia de calor se relaciona con la resistencia térmica total, y de las ecuaciones 3.14 y 3.17 vemos que $UA = 1/R_{\text{tot}}$. De aquí, para la pared compuesta de la figura 3.2

$$U = \frac{1}{R_{\text{tot}} A} = \frac{1}{\left[\left(1/h_1\right) + \left(L_A/k_A\right) + \left(L_B/k_B\right) + \left(L_C/k_C\right) + 1/h_4\right]} \tag{3.18}$$

En general, se puede escribir

$$R_{\text{tot}} = \sum R_t = \frac{\Delta T}{q} = \frac{1}{UA} \tag{3.19}$$

Las paredes compuestas también se caracterizan por configuraciones en serie-paralelo, como la que se muestra en la figura 3.3. Aunque el flujo de calor es ahora bidimensional, a menudo es razonable suponer condiciones unidimensionales. Sujetos a esta suposición, nos es posible usar dos circuitos térmicos diferentes. Para el caso (*a*) se supone que las superficies normales a la dirección *x* son isotérmicas, mientras que para el caso (*b*) se supone que las superficies paralelas a la dirección *x* son adiabáticas. Se obtienen diferentes resultados para R_{tot} y los valores correspondientes de *q* relacionan la transferencia real de calor. Estas diferencias aumentan con el incremento de $|k_F - k_G|$, conforme los efectos bidimensionales se vuelven más significativos.

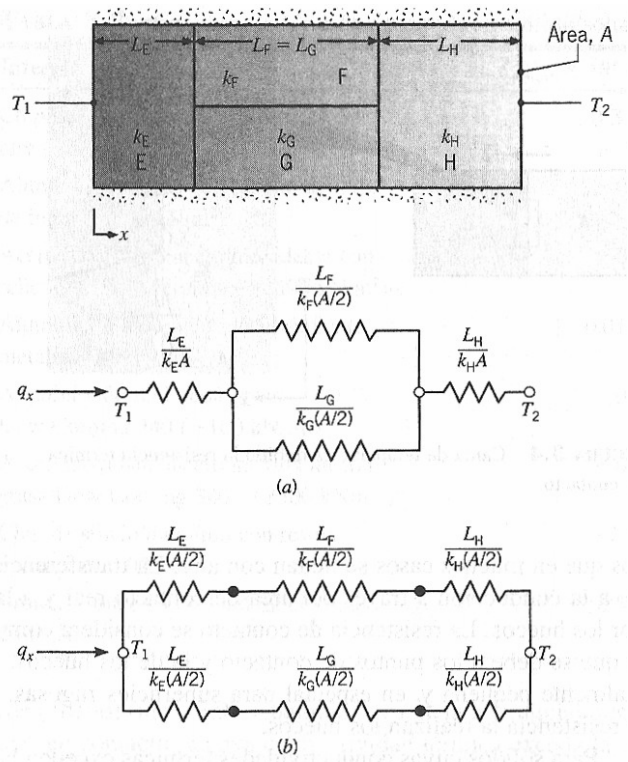


FIGURA 3.3 Circuitos térmicos equivalentes para una pared compuesta en serie-paralelo.

3.1.4 Resistencia de contacto

Aunque se desestimó hasta ahora, es importante reconocer que, en sistemas compuestos, la caída de temperatura a lo largo de la interfaz entre los materiales puede ser grande. Este cambio de temperatura se atribuye a lo que se conoce como *resistencia térmica de contacto*, $R''_{t,c}$. El efecto se muestra en la figura 3.4, y para una unidad de área de la interfaz, la resistencia se define como

$$R''_{t,c} = \frac{T_A - T_B}{q''_x} \tag{3.20}$$

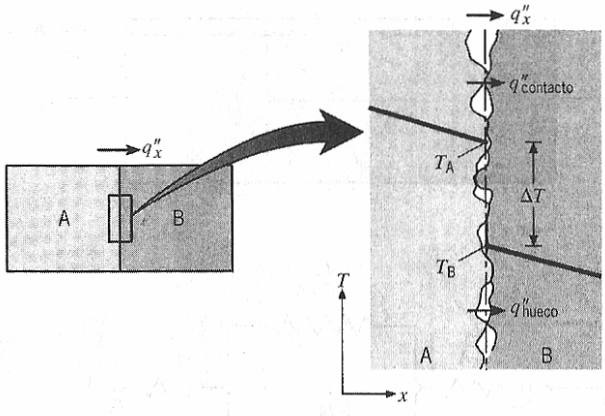


FIGURA 3.4 Caída de temperatura debido la resistencia térmica de contacto.

La existencia de una resistencia de contacto finita se debe principalmente a los efectos de la rugosidad en la superficie. Se entremezclan puntos de contacto con huecos que en muchos casos se llenan con aire. La transferencia de calor se debe, por tanto, a la conducción a través del área de contacto real y a la conducción y/o radiación por los huecos. La resistencia de contacto se considera como dos resistencias paralelas: la que se debe a los puntos de contacto y la de los huecos. El área de contacto es nor-

malmente pequeña y, en especial para superficies rugosas, la contribución principal a la resistencia la realizan los huecos.

Para sólidos cuyas conductividades térmicas exceden la del fluido de la interfaz, la resistencia de contacto se reduce aumentando el área de los puntos de contacto. Este aumento se genera mediante el incremento de la presión en la unión y/o reduciendo la rugosidad de las superficies acopladas. La resistencia de contacto también se reduce con la selección de un fluido en la interfaz de conductividad térmica grande. A este respecto, quitar el fluido (interfaz al vacío) elimina la conducción a través del hueco, con lo que aumenta la resistencia de contacto.

Aunque existen teorías para predecir $R''_{t,c}$, los resultados más confiables son los que se han obtenido de manera experimental. El efecto de presionar interfaces metálicas se ve en la tabla 3.1*a*, que presenta un rango aproximado de resistencias térmicas en condiciones de vacío. El efecto del fluido de interfaz sobre la resistencia térmica de una interfaz de aluminio se muestra en la tabla 3.1*b*.

Contrariamente a los resultados de la tabla 3.1, muchas aplicaciones implican contacto entre sólidos diferentes y/o una amplia gama de posibles materiales intersticiales (de relleno) (tabla 3.2). Cualquier sustancia intersticial que llene el hueco entre superficies en contacto, y cuya conductividad térmica exceda la del aire, hará disminuir la resistencia de contacto. Dos clases de materiales adecuados pura este propósito son los metales suaves y las grasas térmicas. Los metales, que incluyen indio, plomo, estaño y plata, se insertan como una hoja delgada o aplican a modo de recubrimiento delgado a uno de los materiales base. Las grasas térmicas basadas en silicio son atractivas porque tienen la capacidad de llenar por completo los intersticios con un material cuya conductividad térmica es 50 veces la del aire.

TABLA 3.1 Resistencia térmica de contacto para (*a*) interfaces metálicas en condiciones de vacío, y (*b*) interfaz de aluminio (rugosidad de la superficie de 10 μm, 10^5 N/m^2) con diferentes fluidos de interfaz [1]

Resistencia térmica, $R''_{t,c} \times 10^4$ (m^2 · K/W)				
(a) Interfaz al vacío			**(b) Fluido en la interfaz**	
Presión de contacto	100 kN/m^2	10,000 kN/m^2	Aire	2.75
Acero inoxidable	6–25	0.7–4.0	Helio	1.05
Cobre	1–10	0.1–0.5	Hidrógeno	0.720
Magnesio	1.5–3.5	0.2–0.4	Aceite de silicio	0.525
Aluminio	1.5–5.0	0.2–0.4	Glicerina	0.265

A diferencia de las interfaces precedentes, que no son permanentes, muchas interfaces implican uniones permanentes. La unión podría formarse con una resina epóxica, una soldadura suave rica en plomo o una soldadura amarilla como una de aleación oro/estaño. Debido a las resistencias de la interfaz entre los materiales base y de unión, la resistencia térmica real de la unión excede el valor teórico (L/k) calculado a partir del espesor L y la conductividad térmica k del material de unión. La resistencia térmica de las uniones epóxicas y soldadas también resulta afectada de forma adversa por vacíos y grietas, que se forman durante la fabricación o como resultado de ciclos térmicos durante la operación normal.

En Snaith y *colaboradores* [3], Madhusudana y Fletcher [7] y Yovanovich [8], se proporcionan análisis extensos de resultados y modelos de la resistencia térmica de contacto.

TABLA 3.2 Resistencia térmica de interfaces sólido/sólido representativas

Interfaz	$R''_{t,c} \times 10^4$ (m² · K/W)	Fuente
Chip de silicio/aluminio recubierto en aire (27–500 kN/m²)	0.3–0.6	[2]
Aluminio/aluminio con relleno de hoja de indio (~100 kN/m²)	~0.07	[1, 3]
Acero inoxidable/acero inoxidable con relleno de hoja de indio (~3500 kN/m²)	~0.04	[1, 3]
Aluminio/aluminio con recubrimiento metálico (Pb)	0.01–0.1	[4]
Aluminio/aluminio con grasa Dow Corning 340 (~100 kN/m²)	~0.07	[1, 3]
Acero inoxidable/acero inoxidable con grasa Dow Corning 340 (~3500 kN/m2)	~0.04	[1, 3]
Chip de silicio/aluminio con resina epóxica de 0.02 mm	0.2–0.9	[5]
Bronce/bronce con soldadura de estaño de 15μm	0.025–0.14	[6]

EJEMPLO 3.1

Uno de los principales fabricantes de electrodomésticos propone un diseño de horno con autolimpieza que implica el uso de una ventana compuesta que separa la cavidad del horno del aire ambiental. El compuesto consistirá en dos plásticos de alta temperatura (A y B) de espesores $L_A = 2\ L_B$ y conductividades térmicas $k_A = 0.15$ W/m·K y $k_B = 0.08$ W/m·K. Durante el proceso de autolimpieza, las temperaturas de la pared y del aire del horno, T_P y T_a, son 400°C, mientras que la temperatura del aire del cuarto T_∞ es 25°C. Los coeficientes de transferencia de calor internos por radiación y convección h_i y h_r, así como el coeficiente de convección externa h_0, son, cada uno, aproximadamente 25 W/m²·K. ¿Cuál es el espesor mínimo de la ventana, $L = L_A + L_B$, necesario para asegurar una temperatura que sea 50°C o menor en la superficie externa de la ventana? Por razones de seguridad, esta temperatura no debe ser mayor.

SOLUCIÓN

Se conoce: Propiedades y dimensiones relativas de los materiales plásticos que se utilizan para una ventana compuesta del horno, y las condiciones asociadas con la operación de autolimpieza.

Encontrar: Espesor compuesto $L_A + L_B$ necesario para lograr una operación segura.

Suposiciones:

1. Existen condiciones de estado estable.

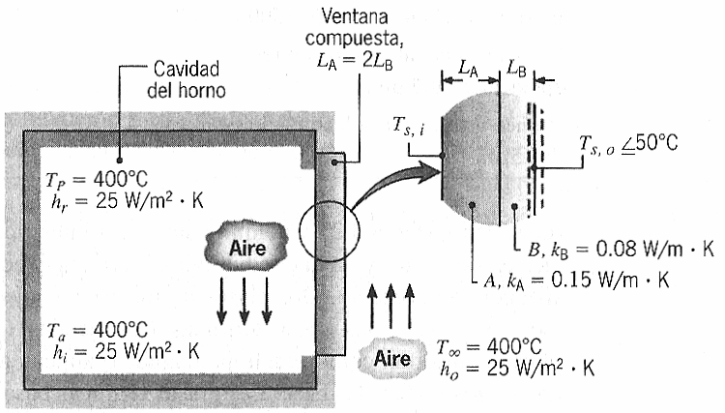
2. La conducción a través de la ventana es unidimensional.

3. La resistencia térmica de contacto es insignificante.

4. La absorción de la radiación dentro de la ventana es insignificante; por ello no hay generación interna de calor (el intercambio de radiación entre la ventana y las paredes del horno ocurre en la superficie interna de la ventana).

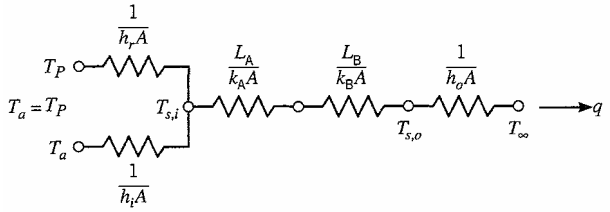
5. El intercambio de radiación entre la superficie externa de la ventana y los alrededores es insignificante.

6. Cada plástico es homogéneo con propiedades constantes.



Esquema:

Análisis: El circuito térmico puede construirse reconociendo que la resistencia al flujo de calor se asocia con la convección en la superficie externa, la conducción en los plásticos, y la convección y la radiación en la superficie interna. En consecuencia, el circuito y las resistencias son de la siguiente forma



Como la temperatura de la superficie externa de la ventana, $T_{s,0}$, está establecida, el espesor que se requiere en la ventana se obtiene aplicando un balance de energía en esta superficie. Es decir, de la ecuación 1.12

$$\dot{E}_{\text{ent}} = \dot{E}_{\text{sale}}$$

donde, de la ecuación 3.19, con $T_P = T_a$,

$$\dot{E}_{\text{ent}} = q = \frac{T_a - T_{s,0}}{\sum R_t}$$

y de la ecuación 3.8

$$\dot{E}_{\text{sale}} = q = h_0 A (T_{s,0} - T_\infty)$$

La resistencia térmica total entre la cavidad del horno y la superficie externa de la ventana incluye una resistencia efectiva asociada con la convección y la radiación, que actúan en paralelo en la superficie interna de la ventana, y las resistencias de conducción de los materiales de la ventana. De aquí

$$\sum R_t = \left(\frac{1}{1/h_i A} + \frac{1}{1/h_r A} \right)^{-1} + \frac{L_A}{k_A A} + \frac{L_B}{k_B A}$$

o

$$\sum R_t = \frac{1}{A} \left(\frac{1}{h_i + h_r} + \frac{L_A}{k_A} + \frac{L_A}{2k_B} \right)$$

Al sustituir en el balance de energía, se sigue que

$$\frac{T_a - T_{s,0}}{(h_i + h_r)^{-1} + L_A/k_A + L_A/2k_B} = h_0 (T_{s,0} - T_\infty)$$

En consecuencia, al resolver para L_A,

$$L_{\mathrm{A}} = \frac{\dfrac{T_a - T_{s,0}}{h_0(T_{s,0} - T_\infty)} - \dfrac{1}{h_i + h_r}}{\left(1/k_{\mathrm{A}}\right) + \left(1/2k_{\mathrm{B}}\right)} = \frac{\dfrac{(400-50)^\circ\mathrm{C}}{25\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{K}}(50-25)^\circ\mathrm{C}} - \dfrac{1}{(25+25)\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{K}}}}{\left[(1/0.15)+(1/0.16)\right]\frac{\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{K}}{\mathrm{W}}} = 0.0418\,\mathrm{m}$$

Como $L_{\mathrm{B}} = L_{\mathrm{A}}/2 = 0.0209$ m

$$L = L_{\mathrm{A}} + L_{\mathrm{B}} = 0.0627\ \mathrm{m} = 62.7\ \mathrm{mm}$$

Comentarios:

1. La operación de autolimpieza es un proceso transitorio, en lo que se refiere a la respuesta térmica de la ventana, y las condiciones de estado estable tal vez no se alcancen en el tiempo que se requiere para la limpieza. Sin embargo, la condición de estado estable proporciona el valor máximo posible de $T_{s,\,0}$ y por ello es adecuada para el cálculo del diseño.

2. El intercambio de radiación entre las paredes del horno y la ventana compuesta realmente depende de la temperatura $T_{s,\,i}$, y, aunque no se toma en cuenta, hay intercambio de radiación entre la ventana y los alrededores, que dependen de $T_{s,\,0}$. Un análisis más completo se lleva a cabo para determinar al mismo tiempo $T_{s,\,i}$ y $T_{s,\,0}$. Al aproximar la cavidad del horno como un recinto grande con relación a la ventana y aplicar un balance de energía, ecuación 1.12, en la superficie interna, se sigue que

$$q''_{\mathrm{rad},i} + q''_{\mathrm{conv},i} = q''_{\mathrm{cond}}$$

o

$$\varepsilon\sigma\left(T_{P,i}^4 - T_{s,i}^4\right) + h_i\left(T_a - T_{s,i}\right) = \frac{T_{s,i} - T_{s,0}}{\left(L_{\mathrm{A}}/k_{\mathrm{A}}\right) + \left(L_{\mathrm{B}}/k_{\mathrm{B}}\right)} \qquad (1)$$

Aproximando las paredes de la cocina como un recinto isotérmico grande en relación con la ventana, con $T_{P,\,0} = T_\infty$, y esta vez con la aplicación de un balance de energía en la superficie externa, se sigue que

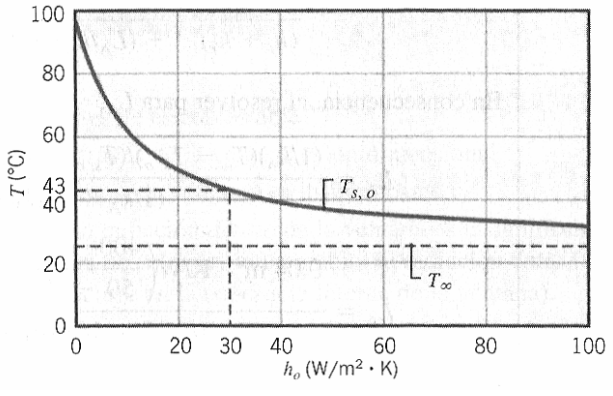
$$q''_{\mathrm{cond}} = q''_{\mathrm{rad},0} + q''_{\mathrm{conv},0}$$

o

$$\frac{T_{s,i} - T_{s,0}}{\left(L_{\mathrm{A}}/k_{\mathrm{A}}\right) + \left(L_{\mathrm{B}}/k_{\mathrm{B}}\right)} = \varepsilon\sigma\left(T_{s,0}^4 - T_{P,0}^4\right) + h_0\left(T_{s,0} - T_\infty\right) \qquad (2)$$

Si todas las demás cantidades se conocen, las ecuaciones 1 y 2 se resuelven para $T_{s,\,i}$ y $T_{s,\,0}$.

Deseamos explorar el efecto que tenga sobre $T_{s,\,0}$ una variación de velocidad, y de ahí el coeficiente de convección, asociado con el flujo de aire sobre la superficie externa. Con $\varepsilon = 0.9$ y todas las otras condiciones iguales, las ecuaciones 1 y 2 han sido resueltas para valores de h_0 en el rango $0 \le h_0 \le 100$ W/m^2·K, y los resultados se presentan de forma gráfica.



Al aumentar h_0 se reduce la resistencia de convección correspondiente, y un

valor de h_0 = 30 W/m^2·K dará una temperatura segura al tacto de $T_{s,0}$ = 43°C. Como la resistencia de conducción es tan grande, el cambio en h_0 tiene un efecto insignificante sobre $T_{s,i}$. Sin embargo, influye en la temperatura de la superficie externa, y conforme $h_0 \to \infty$, $T_{s,0} \to T_\infty$.

EJEMPLO 3.2

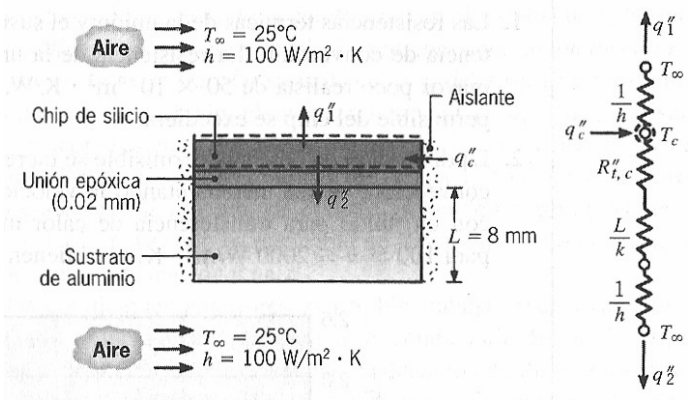
Un clip delgado de silicio y un sustrato de aluminio de 8 mm de espesor están separados por una unión epóxica de 0.02 mm de espesor. El chip y el sustrato tienen cada uno 10 mm de lado, y las superficies expuestas se enfrían con aire, que está a una temperatura de 25°C y proporciona un coeficiente de convección de 100 W/m^2·K. Si el chip disipa 10 W/m^2 bajo condiciones normales, ¿operará por debajo de una temperatura máxima permisible de 85°C?

SOLUCIÓN

Se conoce: Dimensiones, disipación de calor y temperatura máxima permisible de un chip de silicio. El espesor del sustrato de aluminio y la unión epóxica. Condiciones de convección en las superficies expuestas del chip y el sustrato.

Encontrar: Si se excede la temperatura máxima permisible.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.

2. Conducción unidimensional (transferencia de calor insignificante de los lados del compuesto).

3. Resistencia térmica insignificante del chip (chip isotérmico).

4. Propiedades constantes.

5. Intercambio de radiación insignificante con los alrededores.

Propiedades: Tabla A.l, aluminio puro (T ~ 350 K): k = 238 W/m·K.

Análisis: El calor que se disipa en el chip se transfiere al aire de manera directa desde la superficie expuesta y de modo indirecto a través de la unión y el sustrato. Al ejecutar un balance de energía sobre una superficie de control alrededor del chip, se sigue que, sobre la base de un área unitaria de superficie,

$$q''_c = q''_1 + q''_2$$

o

$$q_c'' = \frac{T_c - T_\infty}{(1/h)} + \frac{T_c - T_\infty}{R_{t,c}'' + (L/k) + (1/h)}$$

Para estimar de manera conservadora T_c, se obtiene de la tabla 3.2 el máximo valor posible de $R_{t,c}'' = 0.9\times10^{-4}$ m^2·K/W. De aquí

$$T_c = T_\infty + q_c''\left[h + \frac{1}{R_{t,c}'' + (L/k) + (1/h)}\right]^{-1}$$

o

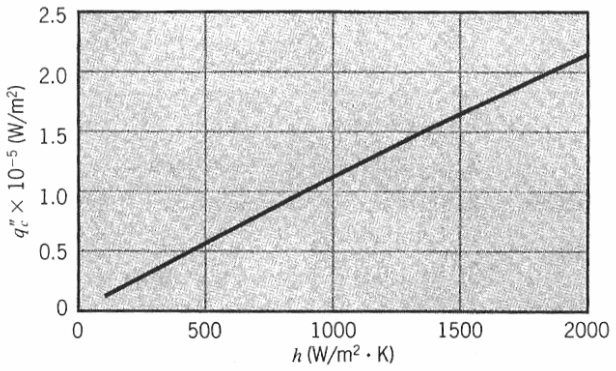
$$T_c = 25°\text{C} + 10^4\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\left[100 + \frac{1}{(0.9 + 0.34 + 100)10^{-4}}\right]^{-1}\frac{\text{m}^2\cdot\text{K}}{\text{W}} = (25 + 50.3)°\text{C} = 75.3°\text{C}$$

Por ello el chip operará por debajo de su máxima temperatura permisible.

Comentarios:

1. Las resistencias térmicas de la unión y el sustrato son mucho menores que la resistencia de convección. La resistencia de la unión tendría que aumentar a un valor mayor poco realista de 50×10^{-4} m^2·K/W, antes de que la máxima temperatura permisible del chip se excediera.

2. La disipación de potencia permisible se incrementa al aumentar los coeficientes de convección, ya sea incrementando la velocidad del aire y/o reemplazando el aire con un fluido para transferencia de calor más efectivo. Al explorar esta opción para $100 \le h \le 2000$ W/m^2·K, se obtienen los siguientes resultados.



Conforme $h \to \infty$, $q_2'' \to 0$ y virtualmente toda la potencia del chip se transfiere de manera directa a la corriente del fluido.

3.2

Análisis de conducción alternativa

El análisis de conducción de la sección 3.1 se llevó a cabo con el *método estándar*. Es decir, la ecuación de calor se resolvió para obtener la distribución de temperaturas, ecuación 3.3, y después se aplicó la ley de Fourier para obtener la transferencia de calor, ecuación 3.4. Sin embargo, es posible un método alternativo para las condiciones actuales de interés. Considerando la conducción en el sistema de la figura 3.5, se acepta que, para *condiciones de estado estable sin ninguna generación de calor y sin pérdidas de calor por los lados*, la transferencia de calor q_x debe ser una constante independiente de x; es

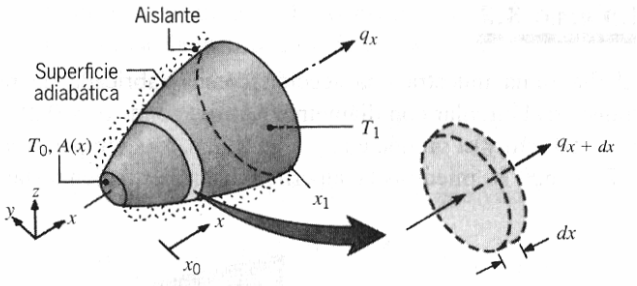


FIGURA 3.5 Sistema con una transferencia de calor por conducción constante.

decir, para cualquier elemento diferencial dx, $q_x = q_{x+dx}$. Esta condición es, por supuesto, consecuencia del requerimiento de conservación de la energía y debe aplicarse aun si el área varía con la posición $A(x)$ y la conductividad térmica varía con la temperatura $k(T)$. Además, aunque la distribución de temperaturas sea bidimensional, al variar con x e y, a menudo es razonable no tomar en cuenta la variación y y suponer una distribución *unidimensional* en x.

Para las condiciones anteriores es posible trabajar exclusivamente con la ley de Fourier cuando se lleva a cabo un análisis de conducción. En particular, como la transferencia por conducción es una *constante*, la ecuación de flujo se *integra*, aunque no se conozcan el flujo ni la distribución de temperaturas. Considere la ley de Fourier, ecuación 2.1, la cual se puede aplicar al sistema de la figura 3.5. A pesar de que tal vez no conozcamos el valor de q_x o la forma de $T(x)$, sabemos que q_x es una constante. De aquí es posible expresar la ley de Fourier en la forma integral

$$q_x \int_{x_0}^{x} \frac{dx}{A(x)} = -\int_{T_0}^{T} k(T)\, dT \tag{3.21}$$

El área de la sección transversal puede ser una función conocida de x, y la conductividad térmica del material variará con la temperatura de forma conocida. Si la integración se lleva a cabo desde un punto x_0 en el que se conoce la temperatura T_0, la ecuación resultante proporciona la forma funcional de $T(x)$. Además, si la temperatura $T = T_1$ en alguna $x = x_1$ también se conoce, la integración entre x_0 y x_1 produce una expresión para la que se calcula q_x. Advierta que, si el área A es uniforme y k es independiente de la temperatura, la ecuación 3.21 se reduce a

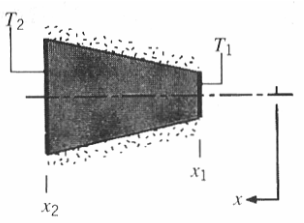
$$\frac{q_x \Delta x}{A} = -k\, \Delta T$$

donde $\Delta x = x_1 - x_0$ y $\Delta T = T_1 - T_0$.

Con frecuencia elegimos resolver problemas de difusión trabajando con formas integrales de las ecuaciones de difusión. Sin embargo, deben fijarse firmemente en nuestra mente las condiciones límite para las que esto se hace: *estado estable* y transferencia *unidimensional sin generación de calor*.

EJEMPLO 3.3

El diagrama muestra una sección cónica fabricada de pirocerámica. Es de sección transversal circular con diámetro $D = a\, x$, donde $a = 0.25$. El extremo pequeño está en $x_1 = 50$ mm y el grande en $x_2 = 250$ mm. Las temperaturas extremas son $T_1 = 400$ K y $T_2 = 600$ K, mientras la superficie lateral está bien aislada.



1. Derive una expresión para la distribución de temperaturas $T(x)$ de forma simbólica suponiendo condiciones unidimensionales. Dibuje la distribución de temperaturas.

2. Calcule la transferencia de calor q_x, a través del cono.

SOLUCIÓN

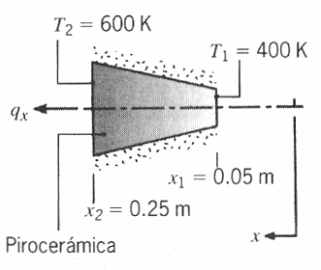
Se conoce: Conducción en una sección cónica que tiene un diámetro $D = a\, x$, donde $a = 0.25$.

Encontrar:

1. Distribución de temperaturas $T(x)$.

2. Transferencia de calor q_x.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.

2. Conducción unidimensional en la dirección x.

3. No existe generación interna de calor.

4. Propiedades constantes.

Propiedades: De la tabla A.2, pirocerámica (500 K): $k = 3.46$ W/m·K.

Análisis:

1. Como la conducción de calor ocurre bajo condiciones unidimensionales de estado estable sin generación interna de calor, la transferencia de calor q_x es una constante independiente de x. En consecuencia, la ley de Fourier, ecuación 2.1, sirve para determinar la distribución de temperaturas

$$q_x = -k\,A\frac{dT}{dx}$$

Con $A = \pi D^2/4 = \pi a^2 x^2/4$ y separando variables

$$\frac{4\,q_x dx}{\pi a^2 x^2} = -k dT$$

Al integrar de x_1 a cualquier x dentro del cono, y al recordar que q_x y k son constantes, se sigue que

$$\frac{4\,q_x}{\pi a^2}\int_{x_1}^{x}\frac{dx}{x^2} = -k\int_{T_1}^{T} dT$$

De aquí

$$\frac{4\,q_x}{\pi a^2}\left(-\frac{1}{x}+\frac{1}{x_1}\right) = -k\left(T - T_1\right)$$

o al resolver para T,

$$T\left(x\right) = T_1 - \frac{4\,q_x}{\pi a^2 k}\left(\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x}\right)$$

Aunque q_x es una constante, aún es una incógnita. Sin embargo, se determina evaluando la expresión anterior en $x = x_2$, donde $T(x_2) = T_2$. Así,

$$T_2 = T_1 - \frac{4\,q_x}{\pi a^2 k}\left(\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}\right)$$

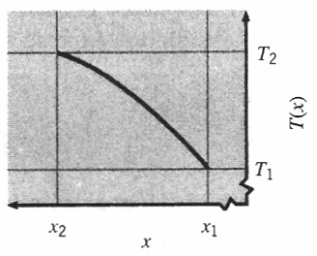
y al resolver para q_x,

$$q_x = \frac{\pi a^2 k\left(T_1 - T_2\right)}{4\left[\left(1/x_1\right)-\left(1/x_2\right)\right]}$$

Al sustituir q_x en la expresión para $T(x)$, la distribución de temperaturas se vuelve

$$T\left(x\right) = T_1 + \left(T_1 - T_2\right)\frac{\left(1/x\right)-\left(1/x_1\right)}{\left(1/x_1\right)-\left(1/x_2\right)}$$

De este resultado, la temperatura se calcula como función de x y la distribución es como se muestra. Advierta que, como $dT/dx = -4\ q_x/k\ \pi\ a^2x^2$ de la ley de Fourier, se sigue que el gradiente de temperatura y el flujo de calor disminuyen con el aumento de x.



2. Al sustituir valores numéricos en el resultado precedente para la transferencia de calor, se obtiene

$$q_x = \left[\pi\, 0.25^2\ 3.46\,\tfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m\cdot K}}(400-600)\,\mathrm{K}\right]\left\{4\left[(0.05\,\mathrm{m})^{-1}-(0.25\,\mathrm{m})^{-1}\right]\right\}^{-1} = -2.12\,\mathrm{W}$$

Comentarios: Cuando el parámetro a aumenta, la suposición unidimensional se hace menos apropiada. Es decir, la suposición empeora cuando el cambio con la distancia del área de la sección transversal es más pronunciado.

3.3

Sistemas radiales

Los sistemas cilíndricos y esféricos a menudo experimentan gradientes de temperatura sólo en la dirección radial y, por consiguiente, se tratan como unidimensionales, Además, bajo condiciones de estado estable sin generación interna de calor, estos sistemas se analizan con el método *estándar*, que comienza con la forma apropiada de la ecuación de calor, o el método *alternativo*, el cual inicia con la forma apropiada de la ley de Fourier. En esta sección, el sistema cilíndrico se analiza por medio del método estándar y el sistema esférico mediante el método alternativo.

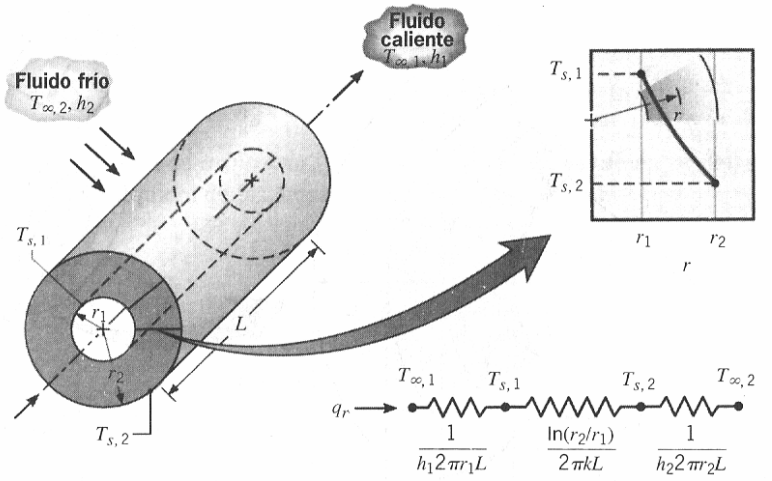


FIGURA 3.6 Cilindro hueco con condiciones convectivas en la superficie.

3.3.1 El cilindro

Un ejemplo común es el cilindro hueco, cuyas superficies interna y externa se exponen a fluidos con diferentes temperaturas (figura 3.6). Para condiciones de estado estable sin generación de calor, la forma apropiada de la ecuación de calor, ecuación 2.20, es

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(kr\frac{dT}{dr}\right)=0 \tag{3.23}$$

donde, por el momento, k se trata como una variable. El significado físico de este resultado se vuelve evidente si consideramos también la forma apropiada de la ley de Fourier. La rapidez a la que se conduce la energía a través de cualquier superficie cilíndrica en el sólido se expresa como

$$q_r = -kA\frac{dT}{dr} = -k\left(2\pi rL\right)\frac{dT}{dr} \tag{3.24}$$

donde $A = 2\pi rL$ es el área normal a la dirección de la transferencia de calor. Como la

ecuación 3.23 dicta que la cantidad $kr(dT/dr)$ es independiente de r, se sigue de la ecuación 3.24, que la transferencia de calor por conducción q_r (no el flujo de calor q_r'') es una constante en la dirección radial.

Es posible determinar la distribución de temperaturas en el cilindro resolviendo la ecuación 3.23 y aplicando las condiciones de frontera apropiadas. Si se supone que el valor de k es constante, la ecuación 3.23 se integra dos veces para obtener la solución general

$$T(r) = C_1 \ln r + C_2 \tag{3.25}$$

Para obtener las constantes de integración C_1 y C_2, introducimos las siguientes condiciones de frontera:

$$T(r_1) = T_{s,1} \quad \text{y} \quad T(r_2) = T_{s,2}$$

Al aplicar estas condiciones a la solución general, se obtiene

$$T_{s,1} = C_1 \ln r_1 + C_2 \quad \text{y} \quad T_{s,2} = C_1 \ln r_2 + C_2$$

Resolviendo para C_1 y C_2 y sustituyendo en la solución general se obtiene así

$$T(r) = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{\ln(r_1/r_2)} \ln\left(\frac{r}{r_2}\right) + T_{s,2} \tag{3.26}$$

Tenga presente que la distribución de temperaturas asociada con la conducción radial a través de una pared cilíndrica es logarítmica, no lineal, como lo es para la pared plana bajo las mismas condiciones. La distribución logarítmica se dibuja en el recuadro de la figura 3.6.

Si la distribución de temperaturas, ecuación 3.26, se usa ahora con la ley de Fourier, ecuación 3.24, obtenemos la siguiente expresión para la transferencia de calor:

$$q_r = \frac{2\pi Lk(T_{s,1} - T_{s,2})}{\ln(r_2/r_1)} \tag{3.27}$$

De este resultado es evidente que, para la conducción radial en una pared cilíndrica, la resistencia térmica es de la forma

$$R_{t,\text{cond}} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi Lk} \tag{3.28}$$

Esta resistencia se muestra en el circuito en serie de la figura 3.6. Note que como el valor de q_r, es independiente de r, el resultado precedente se pudo obtener con el método alternativo, es decir, integrando la ecuación 3.24.

Considere ahora el sistema compuesto de la figura 3.7. Si se recuerda cómo tratamos la pared plana compuesta y dejando de lado las resistencias térmicas de contacto interfacial, la transferencia de calor se expresa como

$$q_r = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,4}}{\dfrac{1}{2\pi r_1 L h_1} + \dfrac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi Lk_A} + \dfrac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi Lk_B} + \dfrac{\ln(r_4/r_3)}{2\pi Lk_C} + \dfrac{1}{2\pi r_4 L h_4}} \tag{3.29}$$

El resultado anterior también se puede expresar en términos de un coeficiente global de transferencia de calor. Es decir,

$$q_r = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,4}}{R_{\text{tot}}} = UA\left(T_{\infty,1} - T_{\infty,4}\right) \tag{3.30}$$

Si U se define en términos del área interior $A_1 = 2\pi r_1 L$, las ecuaciones 3.29 y 3.30 se igualan y dan como resultado

$$U_1 = \frac{1}{\dfrac{1}{h_1} + \dfrac{r_1 \ln\left(r_2/r_1\right)}{k_{\text{A}}} + \dfrac{r_1 \ln\left(r_3/r_2\right)}{k_{\text{B}}} + \dfrac{r_1 \ln\left(r_4/r_3\right)}{k_{\text{C}}} + \dfrac{r_1}{r_4}\dfrac{1}{h_4}} \tag{3.31}$$

Esta definición es *arbitraria*, y el coeficiente global también se define en términos de A_4 o de cualquiera de las áreas intermedias. Observe que

$$U_1 A_1 = U_2 A_2 = U_3 A_3 = U_4 A_4 = \left(\sum R_t\right)^{-1} \tag{3.32}$$

y las formas específicas de U_2, U_3, y U_4 se infieren de las ecuaciones 3.29 y 3.30.

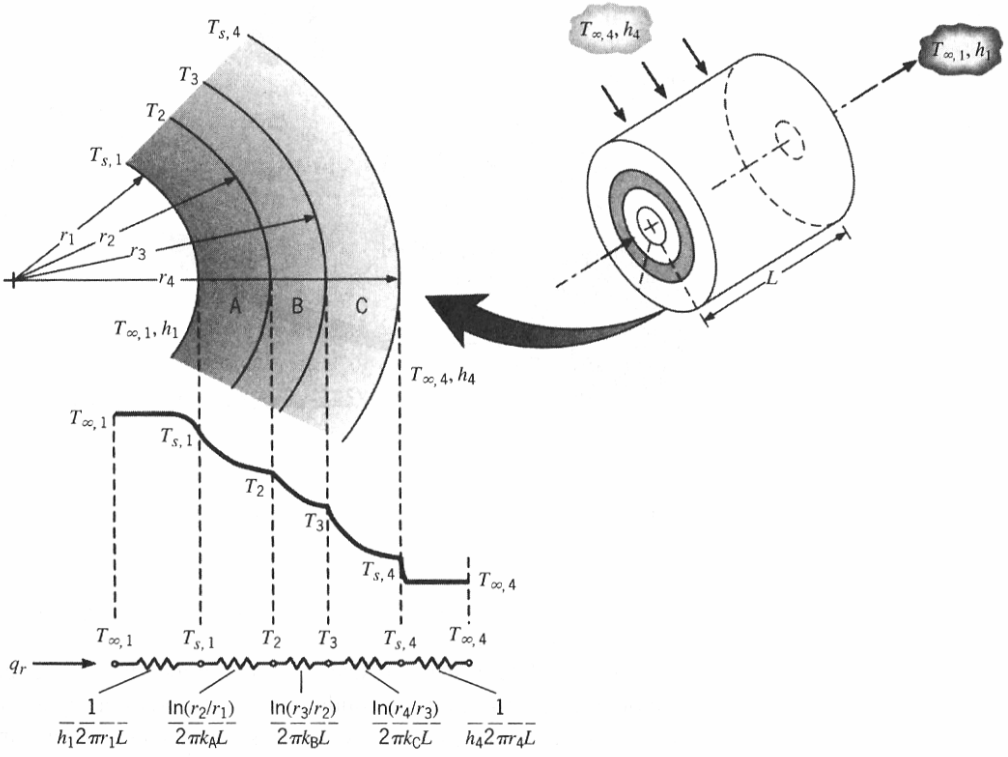


FIGURA 3.7 Distribución de temperaturas para una pared cilíndrica compuesta.

EJEMPLO 3.4

La posible existencia de un espesor de aislamiento óptimo para sistemas radiales lo sugiere la presencia de efectos que compiten asociados con un aumento en este espesor. En particular, aunque la resistencia de conducción aumenta al agregar un aislante, la resistencia de convección disminuye debido al aumento del área de la superficie exterior. Por ello puede existir un espesor de aislamiento que minimice la pérdida de calor al maximizar la resistencia total a la transferencia de calor. Resuelva este problema considerando el siguiente sistema.

1. Un tubo de cobre con pared delgada de radio r_i se usa para transportar un fluido refrigerante de baja temperatura y está a una temperatura T_i que es menor que la del aire del medio a T_∞ alrededor del tubo. ¿Hay un espesor óptimo asociado con la aplicación de aislante al tubo?

2. Confirme el resultado anterior con el cálculo de la resistencia térmica total por unidad de longitud del tubo para un tubo de 10 mm de diámetro que tiene los siguientes espesores del aislante: 0, 2, 5, 10, 20 y 40 mm. El aislante se compone de vidrio celular, y el coeficiente de convección de la superficie externa es 5 W/m^2·K.

SOLUCIÓN

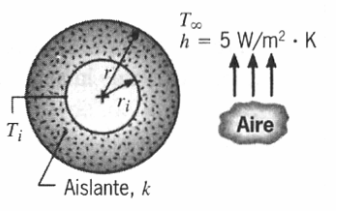
Se conoce: Radio r_i y temperatura T_i de un tubo de cobre de pared delgada que se aislará del aire del ambiente.

Encontrar:

1. Si existe un espesor óptimo de aislamiento que minimice la transferencia de calor.

2. La resistencia térmica asociada con el uso de aislante de vidrio celular de espesor variable.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.

2. Transferencia unidimensional de calor en la dirección radial (cilíndrica).

3. Resistencia térmica insignificante de la pared del tubo.

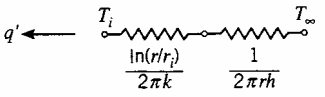
4. Propiedades constantes para el aislante.

5. Intercambio de radiación insignificante entre la superficie externa del aislante y los alrededores.

Propiedades: De la tabla A.3, el vidrio celular (258 K, supuesta): k = 0.055 W/m·K.

Análisis:

1. La resistencia a la transferencia de calor entre el fluido refrigerante y el aire es dominada por la conducción en el aislante y la convección en el aire. Por tanto, el circuito térmico es como se muestra, donde las resistencias de conducción y convección por unidad de longitud se siguen de las ecuaciones 3.28 y 3.29, respectivamente. La resistencia térmica total por unidad de longitud del tubo es entonces



$$R'_{tot} = \frac{\ln(r/r_i)}{2\pi k} + \frac{1}{2\pi rh}$$

donde la transferencia de calor por unidad de longitud del tubo es

$$q' = \frac{T_\infty - T_i}{R'_{tot}}$$

Un espesor óptimo de aislamiento estaría asociado con el valor de r que minimiza q' o maximiza R'_{tot}. Este valor se obtiene del requerimiento que

$$\frac{dR'_{tot}}{dr} = 0$$

De aquí

$$\frac{1}{2\pi kr} - \frac{1}{2\pi r^2 h} = 0$$

o

$$r = \frac{k}{h}$$

Para determinar si el resultado anterior maximiza o minimiza la resistencia total, debe evaluarse la segunda derivada. De aquí

$$\frac{d^2 R'_{\text{tot}}}{dr^2} = -\frac{1}{2\pi k r^2} + \frac{1}{\pi r^3 h}$$

o, en $r = k/h$,

$$\frac{d^2 R'_{\text{tot}}}{dr^2} = -\frac{1}{2\pi k (k/h)^2} + \frac{1}{\pi (k/h)^3 h} = \frac{1}{\pi (k/h)^2}\left(-\frac{1}{2k} + \frac{1}{k}\right) = \frac{1}{2\pi k^3/h^2} > 0$$

Como este resultado siempre es positivo, se sigue que $r = k/h$ es el radio de aislamiento para el que la resistencia total es un mínimo, no un máximo. Por ello *no existe* un espesor de aislamiento *óptimo*.

Del resultado anterior tiene más sentido pensar en términos de un *radio de aislamiento crítico*

$$r_{cr} \equiv \frac{k}{h}$$

por debajo del cual q' aumenta al aumentar r y por arriba del cual q' disminuye con el aumento de r.

2. Con $h = 5$ W/m^2·K y $k = 0.055$ W/m·K, el radio crítico es

$$r_{\text{cr}} = \frac{0.055 \frac{\text{W}}{\text{m·k}}}{5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{·k}}} = 0.011\,\text{m}$$

De aquí $r_{\text{cr}} > r_i$, y la transferencia de calor disminuirá al agregar aislante por arriba de un espesor de

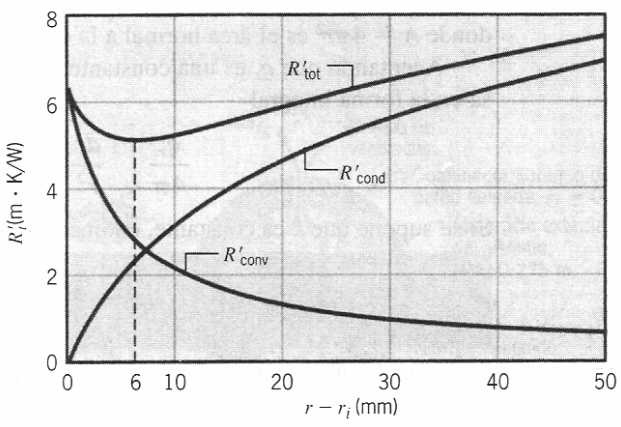
$$r_{\text{cr}} - r_i = (0.011 - 0.005)\,\text{m} = 0.006\,\text{m}$$

Las resistencias térmicas que corresponden al espesor de aislamiento prescrito se calculan y grafican como se muestra en la figura mas abajo.

Comentarios:

1. El efecto del radio crítico se revela por el hecho de que, aun para 20 mm de aislante, la resistencia total no es tan grande como el valor para la ausencia de aislante.

2. Si $r_i < r_{\text{cr}}$, como en este caso, la resistencia total disminuye y, por tanto, la transferencia de calor aumenta al agregar aislante. Esta tendencia continúa hasta que el radio exterior del aislante corresponde al radio crítico. La tendencia es deseable para el flujo de corriente eléctrica a través de un alambre, puesto que agregar aislante eléctrico ayudaría en la transferencia del calor disipado en el alambre hacia los alrededores. A



la inversa, si $r_i > r_{cr}$, cualquier aumento de aislante incrementaría la resistencia total y, por tanto, disminuiría la pérdida de calor. Este comportamiento sería deseable para el flujo de vapor por un tubo, donde se agrega aislante para reducir la pérdida de calor hacia los alrededores.

3. Para sistemas radiales, el problema de reducir la resistencia total a través de la aplicación de aislante existe sólo para alambres o tubos de diámetro pequeño y para coeficientes de convección pequeños, tales que $r_{cr} > r_i$. Para un aislante típico ($k \approx 0.03$ W/m·K) y convección libre en aire ($h \approx 10$ W/m^2·K), $r_{cr} = k/h \approx 0.003$ m. Ese valor tan pequeño indica que, normalmente, $r_i > r_{cr}$ y no necesitamos preocuparnos por los efectos de un radio crítico.

4. La existencia de un radio crítico requiere que el área de transferencia de calor cambie en la dirección de transferencia, como para la conducción radial en un cilindro (o en una esfera). En una pared plana, el área perpendicular a la dirección del flujo de calor es constante y no hay espesor crítico de aislamiento (la resistencia total siempre se incrementa al aumentar el espesor del aislante).

3.3.2 La esfera

Consideremos ahora aplicar el método alternativo para analizar la conducción en la esfera hueca de la figura 3.8. Para el volumen diferencial de control de la figura, la conservación de la energía requiere que $q_r = q_{r+dr}$ para condiciones unidimensionales de estado estable sin generación interna de calor. La forma apropiada de la ley de Fourier es

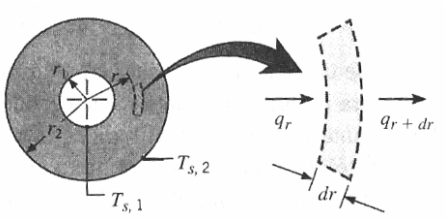


FIGURA 3.8
Conducción en una coraza esférica.

$$q_r = -kA\frac{dT}{dr} = -k\left(4\pi r^2\right)\frac{dT}{dr} \tag{3.33}$$

donde $A = 4\pi r^2$ es el área normal a la dirección de la transferencia de calor.

Aceptando que q_r es una constante, independiente de r, la ecuación 3.33 se expresa en la forma integral

$$\frac{q_r}{4\pi}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = -\int_{T_{s,1}}^{T_{s,2}} k\left(T\right)dT \tag{3.34}$$

Si se supone que k es constante, entonces

$$q_r = \frac{4\pi k\left(T_{s,1} - T_{s,2}\right)}{\left(1/r_1\right) - \left(1/r_2\right)} \tag{3.35}$$

Recordando que la resistencia térmica se define como la diferencia de temperaturas dividida entre la transferencia de calor obtenemos

$$R_{t,\text{cond}} = \frac{1}{4\pi k}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \tag{3.36}$$

Advierta que la distribución de temperaturas y las ecuaciones 3.35 y 3.36 se obtienen mediante el método estándar, que inicia con la forma apropiada de la ecuación de calor.

Los compuestos esféricos se pueden tratar de la misma forma que las pare-

des compuestas y los cilindros, donde es posible determinar formas apropiadas de la resistencia total y del coeficiente global de transferencia de calor.

EJEMPLO 3.5

Un contenedor metálico esférico de pared delgada se utiliza para almacenar nitrógeno líquido a 77 K. El contenedor tiene un diámetro de 0.5 m y está cubierto de un aislante reflector al vacío compuesto de polvo de dióxido de silicio. El aislante tiene un espesor de 25 mm, y la superficie externa se expone al aire del ambiente a 300 K. Se sabe que el coeficiente de convección es 20 $W/m^2 \cdot K$. La entalpía de vaporización y la densidad del nitrógeno líquido son 2×10^5 J/kg y 804 kg/m^3, respectivamente.

1. ¿Cuál es la transferencia de calor al nitrógeno líquido?

2. ¿Cuál es la velocidad a la que se evapora el nitrógeno?

SOLUCIÓN

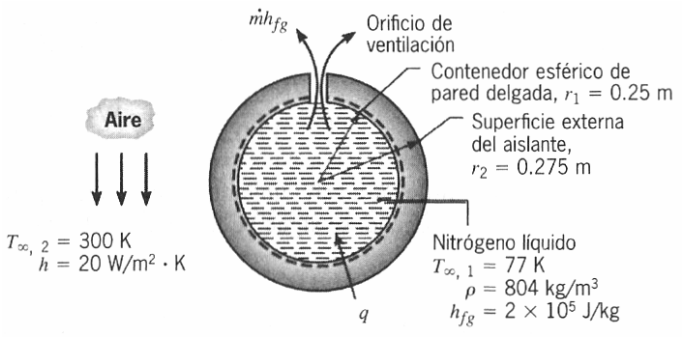
Se conoce: El nitrógeno líquido se almacena en un contenedor esférico aislado y expuesto al aire del ambiente.

Encontrar:

1. La transferencia de calor al nitrógeno.

2. La velocidad de evaporación del nitrógeno.

Esquema:


$\dot{m}h_{fg}$
Orificio de ventilación
Contenedor esférico de pared delgada, $r_1 = 0.25$ m
Superficie externa del aislante, $r_2 = 0.275$ m
Aire
$T_{\infty,2} = 300$ K
$h = 20$ W/m² · K
Nitrógeno líquido
$T_{\infty,1} = 77$ K
$\rho = 804$ kg/m³
$h_{fg} = 2 \times 10^5$ J/kg
q

Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.

2. Transferencia unidimensional en la dirección radial.

3. Resistencia insignificante a la transferencia de calor a través de la pared del contenedor, y del contenedor al nitrógeno.

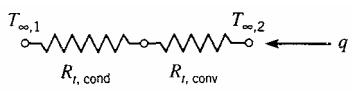
4. Propiedades constantes.

5. Intercambio de radiación insignificante entre la superficie externa del aislante y los alrededores.

Propiedades: De la tabla A.3, polvo de dióxido de silicio al vacío (300 K): $k = 0.0017$ W/m·K.

Análisis:

1. El circuito térmico incluye una resistencia de conducción y una de convección en serie y es de la forma como se muestra, donde, de la ecuación 3.36,



$$R_{t,\text{cond}} = \frac{1}{4\pi k}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

y de la ecuación 3.9

$$R_{t,\text{conv}} = \frac{1}{h4\pi r_2^2}$$

La transferencia de calor al nitrógeno líquido es entonces

$$q = \frac{\left(T_{\infty,2} - T_{\infty,1}\right)}{\left(1/4\pi k\right)\left[\left(1/r_1\right) - \left(1/r_2\right)\right] + \left(1/h4\pi r_2^2\right)}$$

En consecuencia

$$q = \left[\left(300 - 77\right)\text{K}\right] \div$$
$$\left[\frac{1}{4\pi\left(0.0017\,\frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}\right)}\left(\frac{1}{0.25\,\text{m}} - \frac{1}{0.275\,\text{m}}\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{\left(20\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot\text{K}}\right)4\pi\left(0.275\,\text{m}\right)^2}\right]$$
$$q = \frac{223}{17.02 + 0.05}\,\text{W} = 13.06\ \text{W}$$

2. Al llevar a cabo un balance de energía para una superficie de control alrededor del nitrógeno, se sigue de la ecuación 1.12 que

$$\dot{E}_{\text{ent}} - \dot{E}_{\text{sale}} = 0$$

donde $\dot{E}_{\text{ent}} = q$ y $\dot{E}_{\text{sale}} = \dot{m}h_{fg}$ se asocia con la pérdida de energía latente debido a la evaporación. De aquí

$$q - \dot{m}h_{fg} = 0$$

y la velocidad de evaporación $\dot{m}$ es

$$\dot{m} = \frac{q}{h_{fg}} = \frac{13.06\,\frac{\text{J}}{\text{s}}}{2\times10^5\,\frac{\text{J}}{\text{kg}}} = 6.53\times10^{-5}\ \text{kg/s}$$

La pérdida por día es

$$\dot{m} = 6.53\times10^{-5}\,\frac{\text{kg}}{\text{s}} \times 3600\,\frac{\text{s}}{\text{h}} \times 24\,\frac{\text{h}}{\text{día}} = 5.64\,\text{kg/día}$$

o sobre una base volumétrica

$$\dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho} = \frac{5.64\,\frac{\text{kg}}{\text{día}}}{804\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0.007\,\frac{\text{m}^3}{\text{día}} = 7\,\text{litros/día}$$

Comentarios:

1. $R_{t,\text{conv}} \ll R_{t,\text{cond}}$

2. Con un volumen del contenedor de $\left(4/3\right)\left(\pi r_1^3\right) = 0.065\,\text{m}^3 = 65$ litros, las pérdidas diarias ascienden a (7 litros/65 litros) 100% = 10.8% de la capacidad.

3.4

Resumen de resultados de la conducción unidimensional

Muchos problemas importantes se caracterizan por la conducción unidimensional de estado estable en paredes planas, cilíndricas o esféricas sin generación de energía térmica. Los resultados clave para estas tres geometrías se resumen en la tabla 3.3, donde ΔT se refiere a la diferencia de temperaturas, $T_{s,1} - T_{s,2}$, entre las superficies interna y ex-

terna que se identifican en las figuras 3.1, 3.6 y 3.8. En cada caso, al comenzar con la ecuación de calor, debe ser capaz de derivar las expresiones correspondientes para la distribución de temperaturas, flujo de calor, transferencia de calor y resistencia térmica.

TABLA 3.3 Soluciones unidimensionales de estado estable para la ecuación de calor sin generación interna

	Pared plana	Pared cilíndrica[a]	Pared esférica[a]
Ecuación de calor	$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$	$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = 0$	$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr}\right) = 0$
Distribución de temperaturas	$T_{s,1} - \Delta T\frac{x}{L}$	$T_{s,2} + \Delta T\frac{\ln(r/r_2)}{\ln(r_1/r_2)}$	$T_{s,1} - \Delta T\left[\frac{1-(r_1/r)}{1-(r_1/r_2)}\right]$
Flujo de calor (q'')	$k\frac{\Delta T}{L}$	$\frac{k\,\Delta T}{r\ln(r_2/r_1)}$	$\frac{k\,\Delta T}{r^2[(1/r_1)-(1/r_2)]}$
Transferencia de calor (q)	$kA\frac{\Delta T}{L}$	$\frac{2\pi Lk\,\Delta T}{\ln(r_2/r_1)}$	$\frac{4\pi k\,\Delta T}{(1/r_1)-(1/r_2)}$
Resistencia térmica ($R_{t,\text{cond}}$)	$\frac{L}{kA}$	$\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi Lk}$	$\frac{(1/r_1)-(1/r_2)}{4\pi k}$

[a]El radio crítico de aislamiento es $r_{cr} = k/h$ para el cilindro y $r_{cr} = 2k/h$ para la esfera.

3.5

Conducción con generación de energía térmica

En la sección anterior consideramos problemas de conducción para los que la distribución de temperaturas en un medio, se determinó solamente mediante condiciones en las fronteras del medio. Queremos analizar ahora el efecto adicional sobre la distribución de temperaturas de procesos que pueden ocurrir *dentro* del medio. En particular, deseamos considerar situaciones para las que la energía térmica se *genera* debido a la *conversión* de alguna otra fuente de energía.

Un proceso común de generación de energía térmica implica la conversión de *energía eléctrica a térmica* en un medio conductor de corriente (*calentamiento óhmico o de resistencia*). La razón a la que se genera energía al pasar una corriente I a través de un medio de resistencia eléctrica R_e es

$$\dot{E}_g = I^2 R_e \tag{3.37}$$

Si esta generación de potencia (W) ocurre de manera uniforme a lo largo del medio de volumen V, la razón de generación volumétrica (W/m^3) es entonces

$$\dot{q} \equiv \frac{\dot{E}_g}{V} = \frac{I^2 R_e}{V} \tag{3.38}$$

La generación de energía también ocurre como resultado de la desaceleración y absorción de neutrones en el elemento combustible de un reactor nuclear o reacciones químicas exotérmicas que ocurren dentro de un medio. Las reacciones endotérmicas tendrían, por supuesto, el efecto inverso (un sumidero de energía térmica) de convertir energía térmica a energía de enlace químico. Finalmente, puede ocurrir una conversión de energía electromagnética a térmica debido a la absorción de energía dentro del medio. El proceso puede darse, por ejemplo, a causa de que se absorben rayos gama en los componentes externos de un reactor nuclear (revestimiento de acero inoxidable, escudos térmicos, vasijas de presión, etc.) o de que la radiación visible es absorbida en un medio semitransparente. Recuerde no confundir la generación de energía con el almacena-

miento de la misma (sección 1.3.1).

3.5.1 La pared plana

Considere la pared plana de la figura 3.9*a*, en la que hay generación de energía *uniforme* por unidad de volumen ($\dot{q}$ es constante), y las superficies se mantienen a $T_{s,1}$ y $T_{s,2}$. Para una conductividad térmica constante k, la forma apropiada de la ecuación de calor, ecuación 2.16, es

$$\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{\dot{q}}{k}=0 \tag{3.39}$$

La solución general es

$$T(x)=-\frac{\dot{q}}{2k}x^2+C_1x+C_2 \tag{3.40}$$

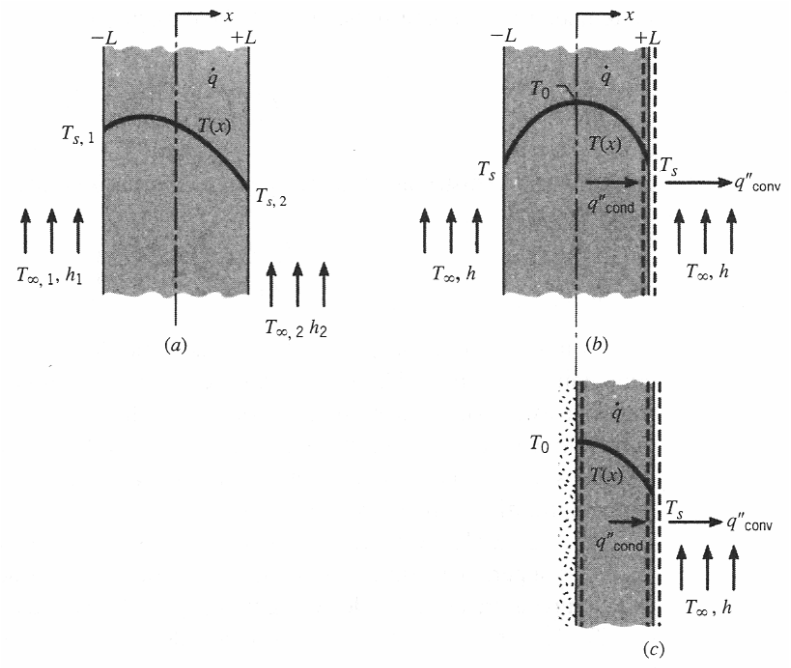


FIGURA 3.9 Conducción en una pared plana con generación uniforme de calor. (*a*) Condiciones de frontera asimétricas. (*b*) Condiciones de frontera simétricas. (*c*) Superficie adiabática en el plano medio.

donde C_1 y C_2 son las constantes de integración. Para las condiciones de frontera que se establecen,

$$T(-L)=T_{s,1} \quad \text{y} \quad T(L)=T_{s,2}$$

Las constantes se evalúan y son de la forma

$$C_1=\frac{T_{s,2}-T_{s,1}}{2L} \quad \text{y} \quad C_2=\frac{\dot{q}}{2k}L^2+\frac{T_{s,1}+T_{s,2}}{2}$$

en cuyo caso la distribución de temperaturas es

$$T(x)=\frac{\dot{q}L^2}{2k}\left(1-\frac{x^2}{L^2}\right)+\frac{T_{s,2}-T_{s,1}}{2}\frac{x}{L}+\frac{T_{s,1}+T_{s,2}}{2} \tag{3.41}$$

El flujo de calor en cualquier punto en la pared se determina, por supuesto, mediante el uso de la ecuación 3.41 con la ley de Fourier. Advierta, sin embargo, que *con generación el flujo de calor ya no es independiente de x*.

El resultado anterior se simplifica cuando ambas superficies se mantienen a una temperatura común, $T_{s,1} = T_{s,2} \equiv T_s$. Entonces la distribución de temperaturas es *simétrica* con respecto al plano medio, figura 3.9*b*, y está dada por

$$T(x) = \frac{\dot{q}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + T_s \tag{3.42}$$

La temperatura máxima se tiene en el plano medio

$$T(0) \equiv T_0 = \frac{\dot{q}L^2}{2k} + T_s \tag{3.43}$$

en cuyo caso la distribución de temperaturas, ecuación 3.42, se expresa como

$$\frac{T(x) - T_0}{T_s - T_0} = \left(\frac{x}{L}\right)^2 \tag{3.44}$$

Es importante notar que en el plano de simetría en la figura 3.9*b*, el gradiente de temperatura es cero, $(dT/dx)_{x=0} = 0$. En consecuencia, no hay transferencia de calor a través de este plano, y se representa con la superficie adiabática que se muestra en la figura 3.9*c*. Una implicación de este resultado es que la ecuación 3.42 también se aplica a paredes planas que están perfectamente aisladas en un lado ($x = 0$) y mantienen una temperatura fija T_s en el otro lado ($x = L$).

Para utilizar los resultados precedentes debe conocerse la temperatura o temperaturas de las superficies. Sin embargo, una situación común es aquella para la que se conoce la temperatura de un fluido contiguo, T_∞, y no T_s. Entonces es necesario relacionar T_s con T_∞. Esta relación se desarrolla aplicando un balance de energía en la superficie. Considere la superficie en $x = L$ para la pared plana simétrica (figura 3.9*b*) o la pared plana aislada (figura 3.9*c*). Dejando de lado la radiación y sustituyendo las ecuaciones de flujo apropiadas, el balance de energía dado por la ecuación 1.12 se reduce a

$$-k\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=L} = h\left(T_s - T_\infty\right) \tag{3.45}$$

Al sustituir de la ecuación 3.42 para obtener el gradiente de temperatura en $x = L$, se sigue que

$$T_s = T_\infty + \frac{\dot{q}L}{h} \tag{3.46}$$

Por tanto, T_s se calcula a partir del conocimiento de T_∞, $\dot{q}$, L y h.

La ecuación 3.46 también se obtiene aplicando un balance global de energía a la pared plana de la figura 3.9*b* o 3.9*c*. Por ejemplo, en relación con una superficie de control alrededor de la pared de la figura 3.9*c*, la razón a la que se genera energía dentro de la pared debe equilibrarse con la rapidez a la que la energía sale por convección a la frontera. La ecuación 1.11*a* se reduce a

$$\dot{E}_g = \dot{E}_{\text{sale}} \tag{3.47}$$

o, para un área superficial unitaria,

$$\dot{q}L = h\left(T_s - T_\infty\right) \tag{3.48}$$

Al resolver para T_s, se obtiene la ecuación 3.46.

La ecuación 3.46 se combina con la ecuación 3.42 para eliminar T_s de la distribución de temperaturas, que se expresa entonces en términos de las cantidades conocidas $T_\infty, \dot{q}$, k, L y h. Se obtiene el mismo resultado de forma directa usando la ecuación 3.45 como condición de frontera para evaluar las constantes de integración que aparecen en la ecuación 3.40.

EJEMPLO 3.6

Una pared plana se compone de dos materiales, A y B. La pared de material A tiene una generación de calor uniforme $\dot{q} = 1.5\times10^6$ W/m^3, $k_A = 75$ W/m·K, y un espesor $L_A = 50$ mm. El material B de la pared no tiene generación y su $k_B = 150$ W/m·K y espesor LB = 20 mm. La superficie interior del material A está bien aislada, mientras que la superficie exterior del material B se enfría con un flujo de agua con $T_\infty = 30$°C y $h = 1000$ W/m^2·K.

1. Dibuje la distribución de temperatura que existe en el compuesto bajo condiciones de estado estable.

2. Determine la temperatura T_0 de la superficie aislada y la temperatura T_2 de la superficie enfriada.

SOLUCIÓN

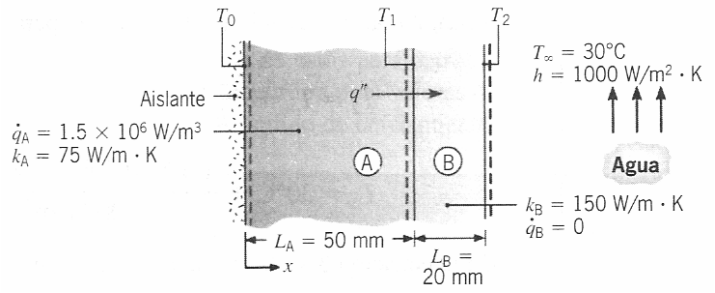
Se conoce: La pared plana de material A, con generación interna de calor, se aísla en uno de los lados y se une con una segunda pared de material B, que no tiene generación interna de calor y está sujeta a enfriamiento por convección.

Encontrar:

1. Dibujar bosquejo de la distribución de temperaturas de estado estable en el compuesto.

2. Temperaturas de las superficies interna y externa del compuesto.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.

2. Conducción unidimensional en la dirección x.

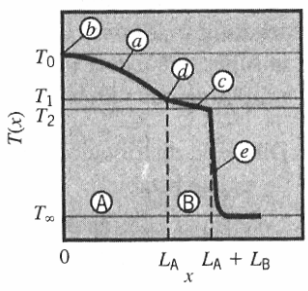
3. Resistencia térmica de contacto insignificante entre las paredes.

4. Superficie interna de A adiabática.

5. Propiedades constantes para los materiales A y B.

Análisis:

1. Se sabe de las condiciones físicas prescritas que la distribución de temperaturas en el compuesto tiene las siguientes características:



(a) Parabólica en el material A.

(b) Pendiente cero en la frontera aislada.

(c) Lineal en el material B.

(d) Cambio de la pendiente = $k_B/k_A = 2$ en la interfaz.

(e) La distribución de temperaturas en el agua se caracteriza por gradientes grandes cerca de la superficie.

2. La temperatura de la superficie externa T_2 se obtiene mediante un balance de energía en un volumen de control alrededor del material B. Como no hay generación en este material, se sigue que, para condiciones de estado estable y un área unitaria superficial, el flujo de calor hacia el material en $x = L_A$ debe ser igual al flujo de calor desde el material debido a la convección en $x = L_A + L_B$. De aquí

$$q'' = h\left(T_2 - T_\infty\right) \qquad (1)$$

El flujo de calor q'' se determina ejecutando un segundo balance de energía sobre un volumen de control alrededor del material A. En particular, como la superficie en $x = 0$ es adiabática, no hay flujo entrante y la razón a la que se genera la energía debe ser igual al flujo saliente. En consecuencia, para un área superficial unitaria,

$$\dot{q}L_A = q'' \qquad (2)$$

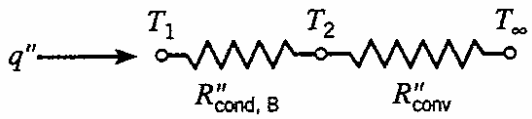
Al combinar las ecuaciones 1 y 2, la temperatura de la superficie externa es

$$T_2 = T_\infty + \frac{\dot{q}L_A}{h} \Rightarrow T_2 = 30°C + \frac{1.5\times10^6\ \frac{W}{m^3}\times 0.05\,m}{1000\ \frac{W}{m^2\cdot K}} = 105°C$$

De la ecuación 3.43 la temperatura en la superficie aislada es

$$T_0 = \frac{\dot{q}L_A^2}{2k_A} + T_1 \qquad (3)$$

donde T_1 se obtiene del siguiente circuito térmico:



Es decir,

$$T_1 = T_\infty + \left(R''_{cond,B} + R''_{conv}\right)q''$$

donde las resistencias para un área superficial unitaria son

$$R''_{cond,B} = \frac{L_B}{k_B} \qquad R''_{conv} = \frac{1}{h}$$

Por tanto,

$$T_1 = 30°C + \left(\frac{0.02\ m}{150\ \frac{W}{m\cdot K}} + \frac{1}{1000\ \frac{W}{m^2\cdot K}}\right)\times 1.5\times10^6\ \frac{W}{m^3}\times 0.05\ m$$

$$T_1 = 30°C + 85°C = 115°C$$

Sustituyendo en la ecuación 3,

$$T_0 = \frac{1.5\times10^6\ \frac{W}{m^3}\left(0.05\ m\right)^2}{2\times 75\ \frac{W}{m\cdot K}} + 115°C$$

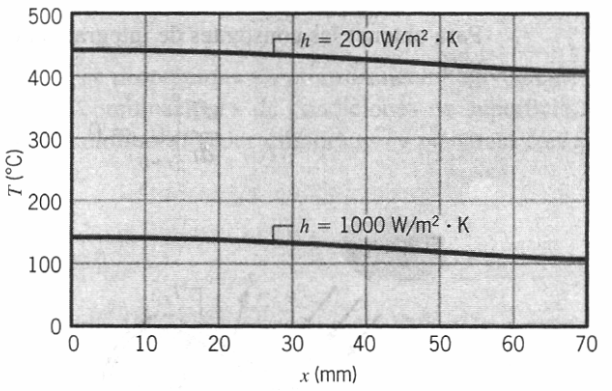
$$T_0 = 25°C + 115°C = 140°C$$

Comentarios:

1. El material A, que tiene generación de calor, no se puede representar mediante un elemento de circuito térmico.

2. Como la resistencia a la transferencia de calor por convección es significativamente mayor que la que se debe a la conducción en el material B, $R''_{\text{conv}}/R''_{\text{cond}} = 7.5$, la diferencia de temperaturas superficie a fluido es mucho mayor que la caída de temperatura a través del material B, $(T_2 - T_\infty)/(T_1 - T_2) = 7.5$. Este resultado es congruente con la distribución de temperaturas que se graficó en la parte (1).

3. Las temperaturas de la superficie y de la interfaz (T_0, T_1 y T_2) dependen de la razón de generación $\dot{q}$, de las conductividades térmicas k_A y k_B, y del coeficiente de convección h. Cada material tendrá una temperatura de operación permisible máxima, que no es posible exceder si hay que evitar la falla térmica del sistema. Exploramos los efectos de uno de estos parámetros mediante el cálculo y el gráfico de las distribuciones de temperatura para valores de h = 200 y 1000 W/m^2·K, representativos del aire y del líquido de enfriamiento, respectivamente.



Para h = 200 W/m^2·K, hay un aumento significativo en la temperatura a través del sistema y, dependiendo de la selección de materiales, la falla térmica podría ser un problema. Preste atención a la ligera discontinuidad en el gradiente de temperaturas, dT/dx, en x = 50 mm. ¿Cuál es la base física de esta discontinuidad? Supusimos resistencia de contacto insignificante en este lugar. ¿Cuál sería el efecto de tal resistencia sobre la distribución de temperaturas en todo el sistema? Dibuje una distribución representativa. ¿Cuál sería el efecto sobre la distribución de temperaturas de un aumento en $\dot{q}$, k_A o k_B? Dibuje de forma cuantitativa el efecto de estos cambios sobre la distribución de temperaturas.

3.5.2 Sistemas radiales

La generación de calor ocurre en una variedad de geometrías radiales. Considere el cilindro sólido, largo, de la figura 3.10, el cual podría representar un alambre conductor de corriente o un elemento de combustible en un reactor nuclear. Para condiciones de estado estable, la razón a la que se genera calor dentro del cilindro debe ser igual a la rapidez con que se transmite calor por convección de la superficie del cilindro a un fluido en movimiento. Esta condición permite que la temperatura de la superficie se mantenga en un valor fijo T_s.

A fin de determinar la distribución de temperaturas en el cilindro, comenzamos con la forma apropiada de la ecuación de calor. Para una conductividad térmica constante k, la ecuación 2.20 se reduce a

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)+\frac{\dot{q}}{k}=0 \tag{3.49}$$

Al separar variables y suponer generación uniforme, esta expresión se integra para obtener

$$r\frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{q}}{2k}r^2 + C_1 \tag{3.50}$$

Si el procedimiento se repite, la solución general para la distribución de temperaturas se convierte en

$$T(r) = -\frac{\dot{q}}{4k}r^2 + C_1 \ln(r) + C_2 \tag{3.51}$$

Para obtener las constantes de integración C_1 y C_2, aplicamos las condiciones de frontera

$$\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=0} = 0 \quad \text{y} \quad T(r_0) = T_s$$

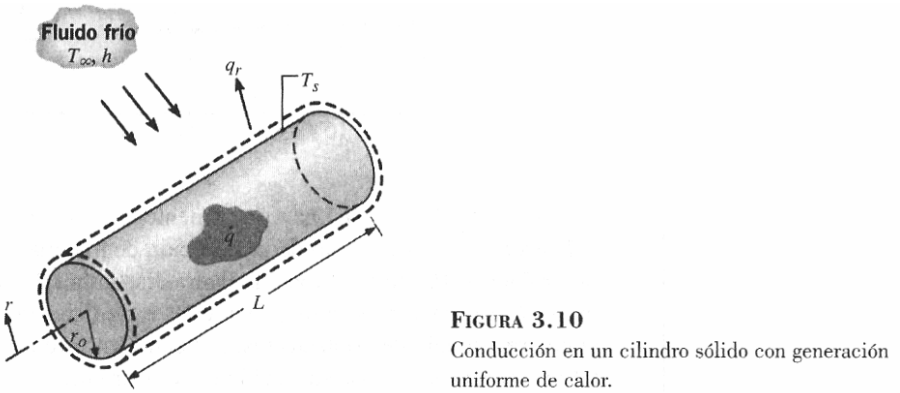


FIGURA 3.10
Conducción en un cilindro sólido con generación uniforme de calor.

La primera condición resulta de la simetría de la situación. Es decir, para el cilindro sólido la línea central es una línea de simetría para la distribución de temperaturas y el gradiente de temperaturas debe ser cero. Recuerde que existen condiciones similares en el plano medio de una pared que tiene condiciones de frontera simétricas (figura 3.9*b*).

De la condición de simetría en $r = 0$ y de la ecuación 3.50, es evidente que $C_1 = 0$. Al usar la condición de frontera de la superficie en $r = r_0$ con la ecuación 3.51, obtenemos

$$C_2 = \frac{\dot{q}}{4k}r_0^2 + T_s \tag{3.52}$$

Por tanto, la distribución de temperaturas es

$$T(r) = \frac{\dot{q}r_0^2}{4k}\left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right) + T_s \tag{3.53}$$

Evaluando la ecuación 3.53 en la línea central y dividiendo el resultado en la ecuación 3.53, obtenemos la distribución de temperaturas en la forma adimensional,

$$T(0) = T_0 = \frac{\dot{q}r_0^2}{4k} + T_s$$

$$\frac{T(r) - T_s}{T_0 - T_s} = 1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2 \tag{3.54}$$

donde T_0 es la temperatura de la línea central. La transferencia de calor en cualquier radio en el cilindro se puede evaluar, por supuesto, mediante la ecuación 3.53 con la ley de Fourier.

Para relacionar la temperatura de la superficie, T_s, con la temperatura del fluido frío, se usa un balance de energía en la superficie o un balance global de energía. Si se elige el segundo método, obtenemos

$$\dot{q}\left(\pi r_0^2 L\right) = h\left(2\pi r_0 L\right)\left(T_s - T_\infty\right)$$

o

$$T_s = T_\infty + \frac{\dot{q} r_0}{2h} \tag{3.55}$$

En el apéndice C se proporciona un procedimiento conveniente y sistemático para tratar las diversas combinaciones de condiciones de superficie, el cual se puede aplicar a geometrías unidimensionales cilíndricas (y planares) con generación uniforme de energía térmica.

EJEMPLO 3.7

Considere un tubo sólido, largo, aislado en el radio externo r_2 y enfriado en el radio interior r_1, con generación uniforme de calor $\dot{q}$ (W/m^3) dentro del sólido.

1. Obtenga la solución general para la distribución de temperaturas en el tubo.

2. En una aplicación práctica se colocaría un límite sobre la temperatura máxima que es permisible en la superficie aislada ($r = r_2$). Especificando este límite como $T_{s,2}$, identifique las condiciones de frontera adecuadas que sirven para determinar las constantes arbitrarias que aparecen en la solución general. Determine estas constantes y la forma correspondiente de la distribución de temperaturas.

3. Determine la rapidez de eliminación de calor por unidad de longitud de tubo.

4. Si se dispone del fluido refrigerante a una temperatura T_∞, obtenga una expresión del coeficiente de convección que tendría que mantenerse en la superficie interna para permitir la operación a los valores establecidos de T_2 y $\dot{q}$.

SOLUCIÓN

Se conoce: Tubo sólido, con generación uniforme de calor, aislado en la superficie externa y enfriado en la superficie interna.

Encontrar:

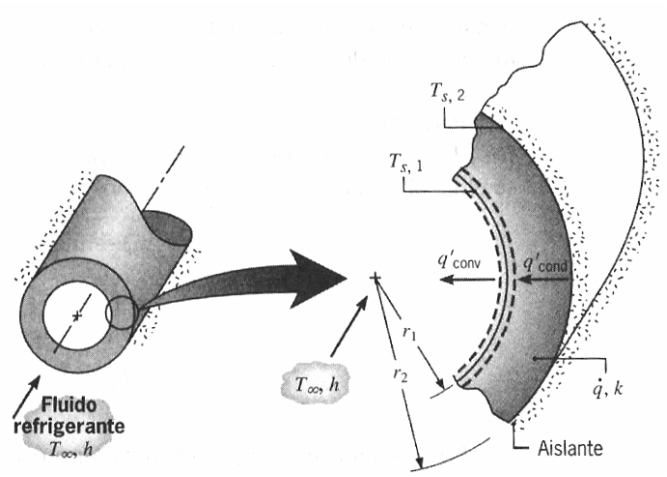
1. Solución general para la distribución de temperaturas $T(r)$.

2. Condiciones de frontera apropiadas y la forma correspondiente de la distribución de temperaturas.

3. Rapidez de eliminación de calor.

4. Coeficiente de convección en la superficie interna.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.

2. Conducción radial unidimensional.

3. Propiedades constantes.

4. Generación volumétrica de calor uniforme.

5. Superficie exterior adiabática.

Análisis:

1. Para determinar $T(r)$, hay que resolver la forma apropiada de la ecuación de calor, ecuación 2.20. Para las condiciones establecidas, esta expresión se reduce a la ecuación 3.49, y la solución general está dada por la ecuación 3.51. En consecuencia, esta solución se aplica a un casco cilíndrico, así como a un cilindro sólido (figura 3.10).

2. Se necesitan dos condiciones de frontera para evaluar C_1 y C_2, y en este problema resulta apropiado especificar ambas condiciones en r_2, recurriendo al límite de temperatura que se estableció,

$$T\left(r_2\right) = T_{s,2} \tag{1}$$

y aplicando la ley de Fourier, ecuación 3.24, en la superficie externa adiabática

$$\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=r_2} = 0 \tag{2}$$

Aplicando las ecuaciones 3.51 y 1, se sigue que

$$T_{s,2} = -\frac{\dot{q}}{4k} r_2^2 + C_1 \ln\left(r_2\right) + C_2 \tag{3}$$

De manera similar, de las ecuaciones 3.50 y 2

$$0 = -\frac{\dot{q}}{2k} r_2^2 + C_1 \tag{4}$$

De aquí, de la ecuación 4,

$$C_1 = \frac{\dot{q}}{2k} r_2^2 \tag{5}$$

y de la ecuación 3

$$C_2 = T_{s,2} + \frac{\dot{q}}{4k} r_2^2 - \frac{\dot{q}}{2k} r_2^2 \ln\left(r_2\right) \tag{6}$$

Sustituyendo las ecuaciones 5 y 6 en la solución general, ecuación 3.51, se sigue que

$$T\left(r\right) = T_{s,2} + \frac{\dot{q}}{4k}\left(r_2^2 - r^2\right) - \frac{\dot{q}}{2k} r_2^2 \ln\left(\frac{r_2}{r}\right) \tag{7}$$

3. La rapidez de eliminación de calor se determina obteniendo la transferencia de calor por conducción en r_1 o evaluando la rapidez total de generación para el tubo.

De la ley de Fourier

$$q_r' = -k 2\pi r \frac{dT}{dr}$$

Así, al sustituir de la ecuación 7 y evaluar el resultado en r_1,

$$q_r'\left(r_1\right) = -k 2\pi r_1 \frac{dT}{dr}\left(-\frac{\dot{q}}{2k} r_1 + \frac{\dot{q}}{2k}\frac{r_2^2}{r_1}\right) = -\pi \dot{q}\left(r_2^2 - r_1^2\right) \tag{8}$$

De forma alternativa, como el tubo está aislado en r_2, la rapidez a la que se genera el calor en el tubo debe ser igual a la rapidez de eliminación en r_1. Es decir, para un volu-

men de control alrededor del tubo, el requerimiento de conservación de la energía, ecuación 1.11a, se reduce a $\dot{E}_g - \dot{E}_{\text{sale}} = 0$, donde $\dot{E}_g = \dot{q}\pi\left(r_2^2 - r_1^2\right)L$ y $\dot{E}_{\text{sale}} = q'_{\text{cond}}L =$ $= -q'_r\left(r_1\right)L$. De aquí

$$q'_r\left(r_1\right) = -\dot{q}\pi\left(r_2^2 - r_1^2\right) \qquad (9)$$

4. De la aplicación del requerimiento de conservación de la energía, ecuación 1.12, a la superficie interna, se sigue que

$$q'_{\text{cond}} = q'_{\text{conv}}$$

o

$$\dot{q}\pi\left(r_2^2 - r_1^2\right) = h2\pi r_1\left(T_{s,1} - T_\infty\right)$$

Por tanto

$$h = \frac{\dot{q}\left(r_2^2 - r_1^2\right)}{2r_1\left(T_{s,1} - T_\infty\right)} \qquad (10)$$

donde $T_{s,1}$, se obtiene evaluando la ecuación 7 en $r = r_1$.

Comentarios:

1. Note que, a través de la aplicación de la ley de Fourier en la parte 3, se encontró que el signo de $q'_r\left(r_1\right)$ es negativo, ecuación 8, lo que implica que el flujo de calor ocurre en la dirección negativa de r. Sin embargo, al aplicar el balance de energía, aprendimos que el flujo de calor estaba fuera de la pared. De aquí expresamos q'_{cond} como $-q'_r\left(r_1\right)$ y expresamos q'_{conv} en términos de $\left(T_{s,1} - T_\infty\right)$, en lugar de $\left(T_\infty - T_{s,1}\right)$.

2. La distribución de temperaturas, ecuación 7, también se obtiene con los resultados del apéndice C. Al aplicar un balance de energía superficial en $r = r_1$, con $q\left(r_1\right) =$ $= -\dot{q}\pi\left(r_2^2 - r_1^2\right)L$, se determina $(T_{s,2} - T_{s,1})$ de la ecuación C.8, y el resultado se sustituye en la ecuación C.2 para eliminar $T_{s,1}$ y obtener la expresión que se desea.

3.5.3 Aplicación de los conceptos de resistencia

Concluimos nuestro análisis de los efectos de la generación de calor con una advertencia. En particular cuando están presentes estos efectos, la transferencia de calor no es una constante independiente de la coordenada espacial. En consecuencia, sería *incorrecto* utilizar los conceptos de resistencia de conducción y las ecuaciones de flujo de calor relacionadas que se desarrollaron en las secciones 3.1 y 3.3.

3.6

Transferencia de calor en superficies extendidas

La frase superficie extendida se usa normalmente con referencia a un sólido que experimenta transferencia de energía por conducción dentro de sus límites, así como transferencia de energía por convección (y/o radiación) entre sus límites y los alrededores. Tal sistema se muestra de forma esquemática en la figura 3.11. Se usa un puntal para proporcionar soporte mecánico a dos paredes que están a temperaturas diferentes. Un gradiente de temperatura en la dirección x mantiene la transferencia de calor por conducción internamente, al mismo tiempo que hay una transferencia de energía por convección desde la superficie.

Aunque hay muchas situaciones diferentes que implican efectos combinados de conducción y convección, la aplicación más frecuente es aquella en la que se usa una superficie extendida de manera específica para *aumentar* la rapidez de transferencia de calor entre un sólido y un fluido contiguo. Esta superficie extendida se denomina *aleta*.

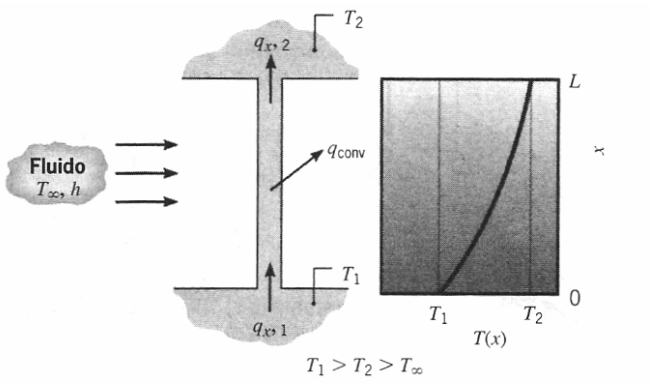


FIGURA 3.11 Conducción y convección combinadas en un elemento estructural.

Considere la pared plana de la figura 3.12*a*. Si T_s es fija, hay dos formas en las que es posible aumentar la transferencia de calor. El coeficiente de convección h podría aumentarse incrementando la velocidad del fluido, y/o podría reducirse la temperatura de fluido T_∞. Sin embargo, se encuentran muchas, situaciones en las que aumentar h al valor máximo posible es insuficiente para obtener la transferencia de calor que se desea o en las que los costos asociados son prohibitivos. Estos costos están relacionados con los requerimientos de potencia del ventilador o de bomba necesarios para aumentar h a través de un creciente movimiento de fluido. Más aún, la segunda opción de reducir T_∞ es a menudo poco práctica. Sin embargo, al examinar la figura 3.12*b*, vemos que existe una tercera opción. Es decir, la transferencia de calor se incrementa aumentando el área de la superficie a través de la cual ocurre la convección. Esto se logra con el empleo de *aletas* que se *extienden* desde la pared al fluido circundante. La conductividad térmica del material de la aleta tiene fuerte efecto sobre la distribución de temperaturas a lo largo de la aleta y, por tanto, influye en el grado al que la transferencia de calor aumenta. Idealmente, el material de la aleta debe tener una conductividad térmica grande para minimizar variaciones de temperatura desde la base hasta la punta. En el límite de la conductividad térmica infinita, toda la aleta estaría a la temperatura de la base de la superficie, proporcionando con ello el máximo aumento posible de transferencia de calor.

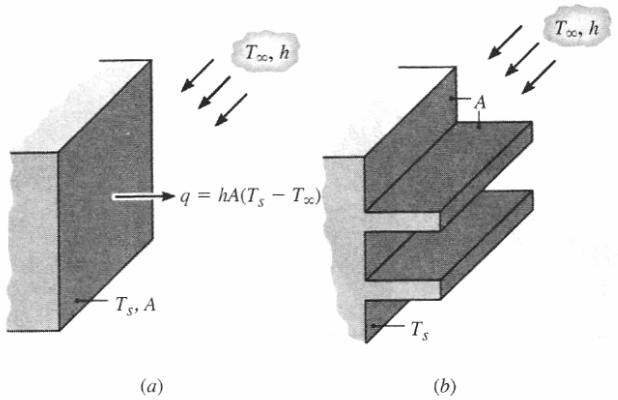


FIGURA 3.12 Uso de aletas para aumentar la transferencia de calor desde una pared plana. (*a*) Superficie desnuda. (*b*) Superficie con aletas.

Ya está familiarizado con varias aplicaciones de aletas. Piense en el arreglo para enfriar cabezas de motor de motocicletas y cortadoras de césped o para enfriar transformadores de potencia eléctrica. Considere también los tubos

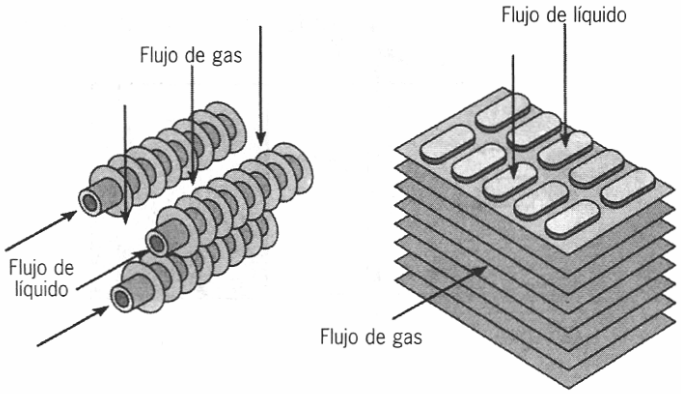


FIGURA 3.13 Esquema de intercambiadores típicos de calor de tubos con aletas.

con aletas unidas que se usan para promover intercambio de calor entre el aire y el fluido de trabajo de un acondicionador de aire. En la figura 3.13 se muestran dos arreglos comunes de tubo-aleta.

En la figura 3.14 se muestran diferentes configuraciones de aletas. Una *aleta recta* es cualquier superficie prolongada que se une a una *pared plana*. Puede ser de área de sección transversal uniforme, o el área de sección transversal puede variar con la distancia x desde la pared. Una *aleta anular* es aquella que se une de forma circunferencial a un cilindro, y su sección transversal varía con el radio desde la línea central del cilindro. Los tipos de aleta precedentes tienen secciones transversales rectangulares, cuya área se expresa como un producto del espesor de la aleta t y del ancho w para aletas rectas o la circunferencia $2\pi r$ para aletas anulares. En contraste, una *aleta de aguja*, o *spine*, es una superficie prolongada de sección transversal circular. Las aletas de aguja también pueden ser de sección transversal uniforme o no uniforme. En cualquier aplicación, la selección de una configuración de aletas particular depende de consideraciones de espacio, peso, fabricación y costos, así como del punto al que las aletas reducen el coeficiente de convección de la superficie y aumentan la caída de presión asociada con un flujo sobre las aletas.

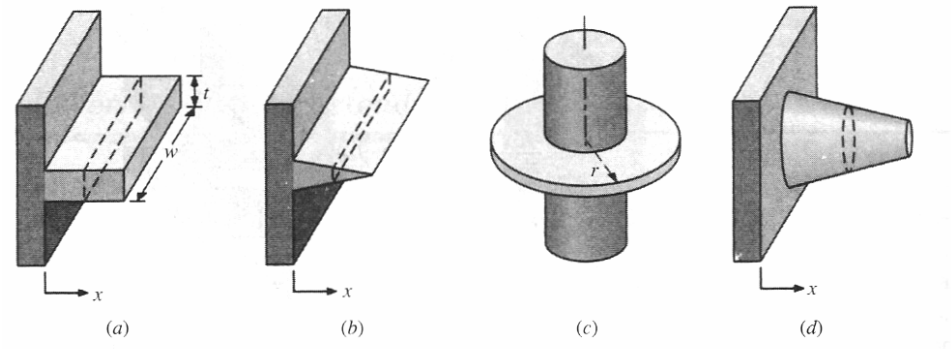


FIGURA 3.14 Configuraciones de aletas. (*a*) Aleta recta de sección transversal uniforme. (*b*) Aleta

3.6.1 Análisis de conducción general

Como ingenieros estamos interesados principalmente en conocer el punto al que superficies extendidas particulares podrían mejorar la transferencia de calor de una superficie al fluido circundante. Para determinar la transferencia de calor asociada con una aleta, debemos primero obtener la distribución de temperaturas a lo largo de la aleta. Como hicimos para sistemas anteriores, comenzamos por llevar a cabo un balance de energía sobre un elemento diferencial apropiado. Considere la superficie extendida de la figura 3.15. El análisis se simplifica si se hacen ciertas suposiciones. Elegimos suponer condiciones unidimensionales en la dirección longitudinal (x), aunque la conducción dentro de la aleta es en realidad bidimensional. La rapidez a la que se desarrolla la convección de energía hacia el fluido desde cualquier punto sobre la superficie de la aleta, debe balancearse con la rapidez a la que la energía alcanza ese punto debido a la conducción en la dirección transversal (y, z). Sin embargo, en la práctica la aleta es delgada y los cambios de temperatura en la dirección longitudinal son mucho más grandes que los de la dirección transversal. Por tanto, podemos suponer conducción unidimen-

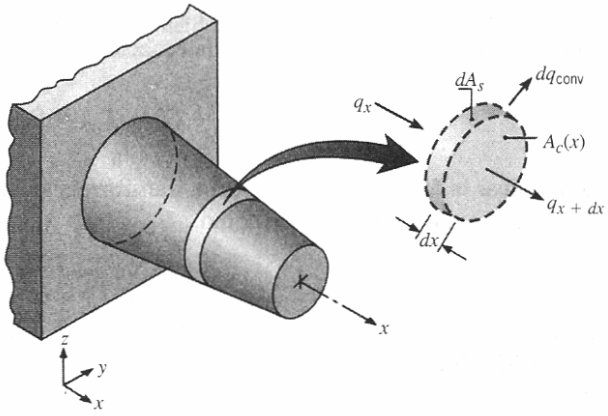


FIGURA 3.15 Balance de energía para una superficie extendida.

sional en la dirección x. Consideraremos condiciones de estado estable y también supondremos que la conductividad térmica es una constante, que la radiación desde la superficie es insignificante, que los efectos de la generación de calor están ausentes y que el coeficiente de transferencia de calor por convección h es uniforme sobre la superficie.

Al aplicar el requerimiento de conservación de la energía, ecuación 1.11a, al elemento diferencial de la figura 3.15, obtenemos,

$$q_x = q_{x+dx} + dq_{\text{conv}} \tag{3.56}$$

De la ley de Fourier sabemos que

$$q_x = -kA_c \frac{dT}{dx} \tag{3.57}$$

donde A_c es el área de la sección transversal, que varía con x. Como la conducción de calor en $x + dx$ se expresa como

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{dq_x}{dx} dx \tag{3.58}$$

se sigue que

$$q_{x+dx} = -kA_c \frac{dT}{dx} - k \frac{d}{dx}\left(A_c \frac{dT}{dx} \right) dx \tag{3.59}$$

La transferencia de calor se expresa como

$$dq_{\text{conv}} = h\, dA_s \left(T - T_\infty \right) \tag{3.60}$$

donde dA_s es el área superficial del elemento diferencial. Sustituyendo las ecuaciones de flujo anteriores en el balance de energía, ecuación 3.56, obtenemos

$$\frac{d}{dx}\left(A_c \frac{dT}{dx} \right) - \frac{h}{k} \frac{dA_s}{dx} \left(T - T_\infty \right) = 0$$

o

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \left(\frac{1}{A_c} \frac{dA_c}{dx} \right) \frac{dT}{dx} - \left(\frac{1}{A_c} \frac{h}{k} \frac{dA_s}{dx} \right) \left(T - T_\infty \right) = 0 \tag{3.61}$$

Este resultado proporciona una forma general de la ecuación de energía para condiciones unidimensionales en una superficie extendida. Su solución para condiciones de frontera apropiadas proporcionará la distribución de temperaturas, que se usará después con la ecuación 3.57, para calcular la transferencia de calor por conducción en cualquier x.

3.6.2 Aletas de área de sección transversal uniforme

Para resolver la ecuación 3.61 es necesario ser más específico acerca de la geometría. Comenzamos con el caso más simple de aletas rectangulares rectas de sección transversal uniforme (figura 3.16). Cada aleta se

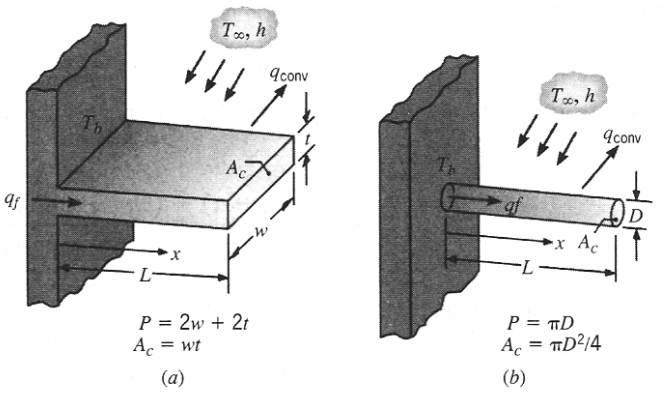


FIGURA 3.16 Aletas rectas de sección transversal uniforme. (a) Aleta rectangular. (b) Aleta circular.

une a una superficie base de temperatura $T(0) = T_b$ y se extiende en un fluido de temperatura T_∞.

Para las aletas que se establecen, A_c es una constante y $A_s = Px$, donde A_s es el área de la superficie medida de la base a x y P es el perímetro de la aleta. En consecuencia, con $dA_c/dx = 0$ y $dA_s/dx = P$, la ecuación 3.61 se reduce a

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{kA_c}\left(T - T_\infty\right) = 0 \tag{3.62}$$

Para simplificar la forma de esta ecuación, transformamos la variable dependiente definiendo un *exceso de temperatura* θ como

$$\theta(x) \equiv T(x) - T_\infty \tag{3.63}$$

donde, como T_∞,. es una constante, $d\theta/dx = dT/dx$. Al sustituir la ecuación 3.63 en la ecuación 3.62, obtenemos

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\,\theta = 0 \tag{3.64}$$

donde

$$m^2 \equiv \frac{hP}{kA_c} \tag{3.65}$$

La ecuación 3.64 es una ecuación diferencial lineal de segundo orden, homogénea, con coeficientes constantes. Su solución general es

$$\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} \tag{3.66}$$

Por sustitución se verifica fácilmente que la ecuación 3.66 es en realidad una solución de la ecuación 3.64.

Para evaluar las constantes C_1 y C_2 de la ecuación 3.66, es necesario especificar condiciones de frontera apropiadas. Una condición se especifica en términos de la temperatura en la base de la aleta ($x = 0$)

$$\theta(0) = T_b - T_\infty \equiv \theta_b \tag{3.67}$$

La segunda condición, especificada en el extremo de la aleta ($x = L$), corresponde a cualquiera de cuatro diferentes situaciones físicas.

La primera condición, caso A, considera la transferencia de calor por convección desde el extremo de la aleta. Al aplicar un balance de energía a una superficie de control alrededor de este extremo (figura 3.17), obtenemos

$$hA_c\left[T(L) - T_\infty\right] = -kA_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=L}$$

o

$$h\theta(L) = -k \left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=L} \tag{3.68}$$

Es decir, la rapidez a la que la energía se transfiere hacia el fluido por convección desde el extremo debe ser igual a la rapidez a la que la energía alcanza el extremo por conducción a través de la aleta. Al sustituir la ecuación 3.66 en las ecuaciones 3.67 y 3.68, obtenemos, respectivamente,

$$\theta_b = C_1 + C_2 \quad \text{y} \quad \frac{h}{mk}\theta(L) = \frac{h}{mk}\left(C_1 e^{mL} + C_2 e^{-mL}\right) = -\left(C_1 e^{mL} - C_2 e^{-mL}\right) \tag{3.69}$$

Resolviendo para C_1 y C_2

$$C_1 = \frac{\theta_b\left(h - k\,m\right)}{e^{2Lm}\left(h + k\,m\right) - \left(h - k\,m\right)}; \quad C_2 = \frac{e^{2Lm}\theta_b\left(h + k\,m\right)}{e^{2Lm}\left(h + k\,m\right) - \left(h - k\,m\right)}$$

Reemplazando en 3.66

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\left(h - k\,m\right)e^{mx} + e^{2Lm}\left(h + k\,m\right)e^{-mx}}{e^{2Lm}\left(h + k\,m\right) - \left(h - k\,m\right)} = \frac{\cosh m\left(L - x\right) + \left(h/mk\right)\sinh m\left(L - x\right)}{\cosh mL + \left(h/mk\right)\sinh mL} \tag{3.70}$$

La configuración de esta distribución de temperaturas se muestra de forma esquemática en la figura 3.17. Advierta que la magnitud del gradiente de temperatura disminuye al aumentar x. Esta tendencia es una consecuencia de la reducción en la transferencia de calor por conducción $q_x(x)$ con el aumento de x debido a las pérdidas por convección continuas de la superficie de la aleta. También estamos interesados en el calor total transferido por la aleta. Según la figura 3.17, es evidente que la transferencia de calor de la aleta q_f se puede evaluar en dos formas alternativas, que implican el uso de la distribución de temperaturas. El procedimiento más simple, y el que usaremos, implica aplicar la ley de Fourier a la base de la aleta. Es decir,

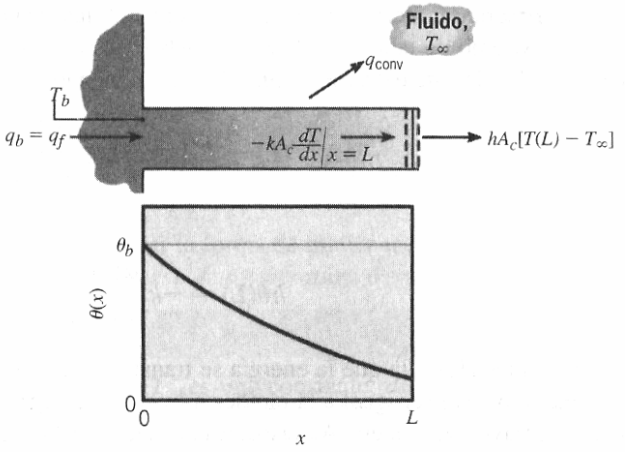


FIGURA 3.17 Conducción y convección en una aleta de sección transversal uniforme.

$$q_f = q_b = -kA_c\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = -kA_c\left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=0} \tag{3.71}$$

Por tanto, conociendo la distribución de temperaturas, $\theta(x)$, q_f se puede evaluar, lo que da

$$q_f = \theta_b\sqrt{hPkA_c}\,\frac{\sinh mL + \left(h/mk\right)\cosh mL}{\cosh mL + \left(h/mk\right)\sinh mL} \tag{3.72}$$

Sin embargo, la conservación de la energía dicta que la rapidez a la que se transfiere calor por convección desde la aleta debe ser igual a la rapidez a la que se conduce por la base de la aleta. En consecuencia, la formulación alternativa para q_f es

$$q_f = \int_{A_f} h\left[T\left(x\right) - T_\infty\right]dA_s = \int_{A_f} h\theta\left(x\right)dA_s \tag{3.73}$$

donde A_f es el área total de la superficie de la aleta, incluido el extremo. La sustitución de la ecuación 3.70 en la ecuación 3.73 da la ecuación 3.72.

La segunda condición del extremo, caso B, corresponde a la suposición de que la pérdida de calor convectiva en el extremo de la aleta es insignificante, en cuyo caso el extremo se trata como adiabático y

$$\left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=L} = 0 \tag{3.74}$$

Al sustituir de la ecuación 3.66 y dividir entre m, obtenemos

$$C_1 e^{mL} - C_2 e^{-mL} = 0$$

Usando esta expresión con la ecuación 3.69 ($\theta_b = C_1 + C_2$) para resolver C_1 y C_2 y sustituir los resultados en la ecuación 3.66, obtenemos

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL} \tag{3.75}$$

Al usar esta distribución de temperaturas con la ecuación 3.71, la transferencia de calor de la aleta es entonces

$$q_f = \theta_b \sqrt{hPkA_c}\, \tanh mL \tag{3.76}$$

De la misma manera se obtiene la distribución de temperaturas de la aleta y la transferencia de calor para el caso C, donde la temperatura se establece en el extremo de la aleta. Es decir, la segunda condición de frontera es $\theta(L) = \theta_L$, y las expresiones resultantes son

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{(\theta_L/\theta_b)\sinh mx + \sinh m(L-x)}{\sinh mL} \tag{3.77}$$

$$q_f = \theta_b \sqrt{hPkA_c}\, \frac{\cosh mL - (\theta_L/\theta_b)}{\sinh mL} \tag{3.78}$$

La aleta muy larga, caso D, es una extensión interesante de estos resultados. En particular, cuando $L \to \infty$, $\theta_L \to 0$ y se verifica fácilmente que

$$\frac{\theta}{\theta_b} = e^{-mx} \tag{3.79}$$

$$q_f = \theta_b \sqrt{hPkA_c} \tag{3.80}$$

Los resultados anteriores se resumen en la tabla 3.4.

TABLA 3.4 Distribución de temperaturas y pérdidas de calor para aletas de sección transversal uniforme

Caso	Condición de aleta ($x = L$)	Distribución de temperaturas θ/θ_b	Transferencia de calor de la aleta q_f
A	Transferencia de calor por convección: $h\theta(L) = -kd\theta/dx\|_{x=L}$	$\dfrac{\cosh m(L-x) + (h/mk)\,\text{senh}\, m(L-x)}{\cosh mL + (h/mk)\,\text{senh}\, mL}$ (3.70)	$M\,\dfrac{\text{senh}\, mL + (h/mk)\cosh mL}{\cosh mL + (h/mk)\,\text{senh}\, mL}$ (3.72)
B	Adiabática: $d\theta/dx\|_{x=L} = 0$	$\dfrac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL}$ (3.75)	$M \tanh mL$ (3.76)
C	Temperatura establecida: $\theta(L) = \theta_L$	$\dfrac{(\theta_L/\theta_b)\ \text{senh}\, mx + \text{senh}\, m(L-x)}{\text{senh}\, mL}$ (3.77)	$M\,\dfrac{(\cosh mL - \theta_L/\theta_b)}{\text{senh}\, mL}$ (3.78)
D	Aleta infinita ($L \to \infty$): $\theta(L) = 0$	e^{-mx} (3.79)	M (3.80)

$\theta \equiv T - T_\infty$ $\quad m^2 \equiv hP/kA_c$

$\theta_b = \theta(0) = T_b - T_\infty$ $\quad M \equiv \sqrt{hPkA_c}\,\theta_b$

En el apéndice B. 1 se proporciona una tabla de funciones hiperbólicas.

EJEMPLO 3.8

Una varilla muy larga de 5 mm de diámetro tiene un extremo que se mantiene a 100°C. La superficie de la varilla se expone al aire ambiente a 25°C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 100 W/m^2·K.

1. Determine las distribuciones de temperaturas a lo largo de varillas construidas de cobre puro, aleación de aluminio 2024 y acero inoxidable tipo AISI 316. ¿Cuáles son las pérdidas de calor correspondientes de las varillas?

2. Calcule el largo de las varillas para que la suposición de una longitud infinita dé una estimación exacta de la pérdida de calor.

SOLUCIÓN

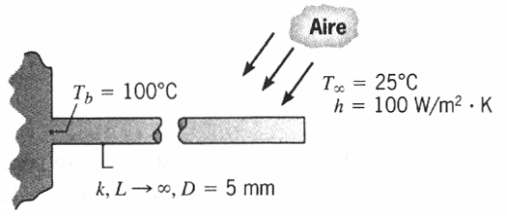
Se conoce: Una varilla circular grande expuesta al aire del ambiente.

Encontrar:

1. Distribución de temperaturas y pérdida de calor cuando la varilla se fabrica de cobre, una aleación de aluminio o acero inoxidable.

2. Qué largo deben tener las varillas para suponer longitud infinita.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.

2. Conducción unidimensional a lo largo de la varilla.

3. Propiedades constantes.

4. Intercambio de radiación insignificante con los alrededores.

5. Coeficiente convectivo constante y uniforme.

6. Varilla infinitamente larga.

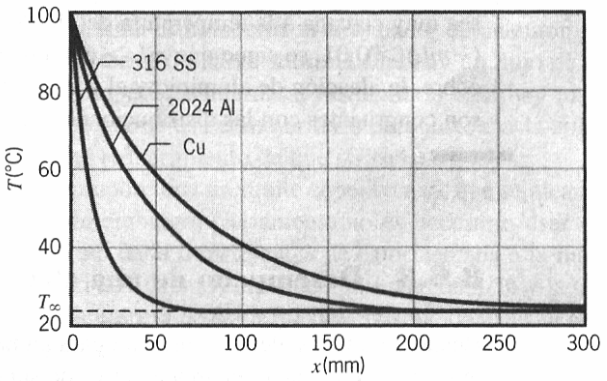
Propiedades: Tabla A.1, cobre [$T = (T_b + T_\infty)/2 = 62.5°C \approx 335$ K]: $k = 398$ W/m·K. Tabla A.l, aluminio 2024 (335 K): $k = 180$ W/m·K. Tabla A.1, acero inoxidable, AISI 316 (335 K): $k = 14$ W/m·K.

Análisis:

1. Sujeto a la suposición de una aleta infinitamente larga, las distribuciones de temperatura se determinan de la ecuación 3.79, que se expresa como

$$T = T_\infty + (T_b - T_\infty)e^{-mx}$$

donde $m = (hP/kA_c)^{1/2} = (4h/kD)^{1/2}$. Al sustituir para h y D, así como para las conductividades térmicas del cobre, la aleación de aluminio y el acero inoxidable, respectivamente, los valores de m son 14.2, 21.2, y 75.6 m^{-1}. Las distribuciones de temperaturas se calculan y trazan entonces según la gráfica que se muestra. De estas distribuciones, es evidente que hay poca transfe-



rencia de calor adicional asociada con la extensión de la longitud de la varilla mucho más allá de 50, 200 y 300 mm, respectivamente, para el acero inoxidable, la aleación de aluminio y el cobre. De la ecuación 3.80 la pérdida de calor es

$$q_f = \theta_b \sqrt{hPkA_c}$$

De aquí, para el cobre,

$$q_f = \left[100 \tfrac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot\text{K}} \times \pi \times 0.005\,\text{m} \times 398 \tfrac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}} \times \frac{\pi}{4}(0.005\,\text{m})^2\right]^{1/2} (100-25)\,^\circ\text{C} = 8.3\,\text{W}$$

De manera similar, para la aleación de aluminio y el acero inoxidable, respectivamente, las pérdidas de calor son q_f = 5.6 W y 1.6 W.

2. Como no hay pérdida de calor en el extremo de una varilla infinitamente larga, es posible estimar la validez de esta aproximación comparando las ecuaciones 3.76 y 3.80. Para una aproximación satisfactoria, las expresiones proporcionan resultados equivalentes si tanh $mL \geq 0.99$ o $mL \geq 2.65$. Por tanto, una varilla se supone infinitamente larga si

$$L \geq L_\infty \equiv \frac{2.65}{m} = 2.65\left(\frac{kA_c}{hP}\right)^{1/2}$$

Para el cobre,

$$L_\infty = 2.65\left(\frac{398 \tfrac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}} \times (\pi/4)(0.005\,\text{m})^2}{100 \tfrac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot\text{K}} \times \pi \times 0.005\,\text{m}}\right)^{1/2} = 0.19\,\text{m}$$

Los resultados para la aleación de aluminio y para el acero inoxidable son L_∞ = 0.13 m y L_∞ = 0.04 m, respectivamente.

Comentarios: Los resultados anteriores indican que es posible predecir con precisión la transferencia de calor de la aleta a partir de la aproximación de aleta infinita si $mL \geq 2.65$. Sin embargo, para que la aproximación de aleta infinita prediga la distribución de temperaturas $T(x)$ con exactitud se requerirá un valor mayor de mL. Este valor se infiere de la ecuación 3.79 y del requerimiento de que la temperatura del extremo sea muy cercana a la temperatura del fluido. De aquí, si requerimos que $\theta(L)/\theta_b = \exp(-mL) > 0.01$, se sigue que $mL > 4.6$, en cuyo caso $L_\infty \approx 0.33$, 0.23 y 0.07 m para el cobre, la aleación de aluminio y el acero inoxidable, respectivamente. Estos resultados son congruentes con las distribuciones que se dibujaron en la parte 1.

3.6.3 Desempeño de una aleta

Recuerde que las aletas se utilizan para aumentar la transferencia de calor de una fuente porque acrecientan el área efectiva de superficie. Sin embargo, la aleta misma representa una resistencia de conducción para la transferencia de calor de la superficie original. Por esta razón, no hay seguridad de que la transferencia de calor aumente a través del uso de aletas. Una apreciación de este asunto se obtiene evaluando la efectividad de la aleta ε_f. Esta efectividad se define como la *razón de la transferencia de calor de la aleta a la transferencia de calor que existiría sin la aleta*. Por tanto,

$$\varepsilon_f = \frac{q_f}{hA_{c,b}\theta_b} \tag{3.81}$$

donde $A_{c,\,b}$ es el área de la sección transversal en la base de la aleta. En cualquier diseño

racional, el valor de ε_f debe ser tan grande como sea posible y, en general, el uso de aletas raramente se justifica a menos que $\varepsilon_f \geq 2$.

Sujeta a cualquiera de las cuatro condiciones de aletas que se consideran, la efectividad para una aleta de sección transversal uniforme se obtiene dividiendo la expresión apropiada para q_f, en la tabla 3.4, entre $hA_{c,b}\theta_b$. Aunque la instalación de aletas altera el coeficiente de convección de la superficie, este efecto normalmente no se toma en cuenta. De aquí, suponiendo que el coeficiente de convección de la superficie con aletas es equivalente al de la base sin aletas, se sigue que, para la aproximación de aleta infinita (caso D), el resultado es

$$\varepsilon_f = \left(\frac{kP}{hA_c}\right)^{1/2} \tag{3.82}$$

Es posible inferir varias tendencias importantes de este resultado. Obviamente, la efectividad de la aleta aumenta por la elección de un material de alta conductividad térmica. Aleaciones de aluminio y cobre vienen a la mente. Sin embargo, aunque el cobre es superior desde el punto de vista de la conductividad térmica, las aleaciones de aluminio son la elección más común debido a sus beneficios adicionales relacionados con un costo y peso más bajos. La efectividad de la aleta también se intensifica al aumentar la razón del perímetro al área de la sección transversal. Por esta razón se prefiere el uso de aletas delgadas, pero poco espaciadas, con la salvedad de que el hueco de la aleta no se reduzca a un valor para el que el flujo entre las aletas se impida severamente, y por ello se reduzca el coeficiente de convección.

La ecuación 3.82 también indica que el uso de aletas se justifica mejor bajo condiciones para las que el coeficiente de convección h es pequeño. Así, de la tabla 1.1 es evidente que la necesidad de aletas es grande cuando el fluido es un gas en lugar de un líquido y, en particular, cuando la transferencia de calor de la superficie es por convección libre. Si se van a usar aletas sobre una superficie que separa un gas y un líquido, por lo general se colocan en el lado del gas, que es el lado del coeficiente de convección más bajo. Un ejemplo común es la tubería en el radiador de un automóvil. Las aletas se aplican a la superficie exterior del tubo, sobre la cual hay un flujo de aire del ambiente (h pequeña), y no a la superficie interna, a través de la cual hay un flujo de agua (h grande). Note que, si $\varepsilon_f \geq 2$ se usa como criterio para justificar la aplicación de aletas, la ecuación 3.82 lleva al requerimiento de que $(kP/hA_c) > 4$.

La ecuación 3.82 proporciona un límite superior a ε_f, que se alcanza conforme L se aproxima a infinito. Sin embargo, ciertamente no es necesario usar aletas muy largas para alcanzar un aumento de la transferencia de calor cercana a la máxima. Cuando se considera una condición de extremo adiabático, la ecuación 3.76 y la tabla B.1 nos indican que 98% de la transferencia de calor máxima posible de aleta se alcanza para $mL = 2.3$. Por esto tiene poco sentido extender las aletas más allá de $L = 2.3/m$.

El desempeño de la aleta también se cuantifica en términos de una resistencia térmica. Al tratar la diferencia entre las temperaturas de la base y del fluido como el potencial de impulso, una *resistencia de aleta* se define como

$$R_{t,f} = \theta_b / q_f \tag{3.83}$$

Este resultado es extremadamente útil, en particular cuando se representa una superficie con aletas mediante un circuito térmico. Advierta que, de acuerdo con la condición del extremo de la aleta, una expresión apropiada para q_f se obtiene de la tabla 3.4.

Al dividir la ecuación 3.83 en la expresión para la resistencia térmica debida a la convección en la base expuesta,

$$R_{t,b} = \frac{1}{hA_{c,b}} \tag{3.84}$$

y al sustituir de la ecuación 3.81, se sigue que

$$\varepsilon_f = \frac{R_{t,b}}{R_{t,f}} \tag{3.85}$$

En consecuencia, la efectividad de la aleta se interpreta como una razón de resistencias térmicas y, para aumentar ε_f, es necesario reducir la resistencia de conducción/convección de la aleta. Si la aleta es para aumentar la transferencia de calor, su resistencia no debe exceder la de la base expuesta.

Otra medida del desempeño térmico de la aleta la proporciona la *eficiencia de la aleta* η_f. El potencial de impulso máximo para la convección es la diferencia de temperaturas entre la base ($x = 0$) y el fluido, $\theta_b = T_b - T_\infty$. De aquí, se sigue que la rapidez máxima a la que una aleta puede disipar energía es la rapidez que existiría si toda la superficie de la aleta estuviera a la temperatura de la base. Sin embargo, como cualquier aleta se caracteriza por una resistencia de conducción finita, debe existir un gradiente de temperatura a lo largo de la aleta y la condición anterior es una idealización. Por tanto, una definición lógica de eficiencia de aleta es

$$\eta_f \equiv \frac{q_f}{q_{\text{máx}}} = \frac{q_f}{hA_f\theta_b} \tag{3.86}$$

donde A_f es el área de la superficie de la aleta. Para una aleta recta de sección transversal uniforme y un extremo adiabático, las ecuaciones 3.76 y 3.86 dan

$$\eta_f = \frac{M \tanh mL}{hPL\theta_b} = \frac{\tanh mL}{mL} \tag{3.87}$$

Con referencia a la tabla B.1, este resultado nos indica que se aproxima a sus valores máximo y mínimo de 1 y 0, respectivamente, conforme L se aproxima a 0 e ∞.

En lugar de la expresión algo pesada para la transferencia de calor de una aleta rectangular recta con un extremo activo, ecuación 3.72, se mostró que se pueden obtener predicciones aproximadas, incluso precisas, usando el extremo adiabático resultante, ecuación 3.76, con una longitud de aleta corregida de la forma $L_c = L + (t/2)$ para una aleta rectangular, y $L_c = L + (D/4)$ para una aleta recta de alfiler [9]. La corrección se basa en la suposición de equivalencia entre la transferencia de calor de la aleta real con convección en el extremo y transferencia de calor de una aleta hipotética más larga con un extremo adiabático. Así, con la convección en el extremo, la rapidez de transferencia de calor de la aleta se aproxima como

$$q_f = M \tanh mL_c \tag{3.88}$$

y la eficiencia correspondiente como

$$\eta_f = \frac{\tanh mL_c}{mL_c} \tag{3.89}$$

Los errores asociados con la aproximación son insignificantes si (ht/k) o $(hD/2k) \leq 0.0625$ [l0].

Si el ancho de una aleta rectangular es mucho más grande que su espesor, $w << t$, el perímetro se aproxima como $P = 2w$, y

$$mL_c = \left(\frac{hP}{kA_c}\right)^{1/2} L_c = \left(\frac{2h}{k\,t}\right)^{1/2} L_c$$

Al multiplicar el numerador y denominador por $L_c^{1/2}$ e introducir un área de perfil de la aleta corregida, $A_p = L_c t$, se sigue que

$$mL_c = \left(\frac{2h}{kA_p}\right)^{1/2} L_c^{3/2} \tag{3.90}$$

De aquí, según se muestra en las figuras 3.18 y 3.19, la eficiencia de una aleta rectangular con convección en el extremo se puede representar como una función de $L_c^{3/2}\left(h/kA_p\right)^{1/2}$.

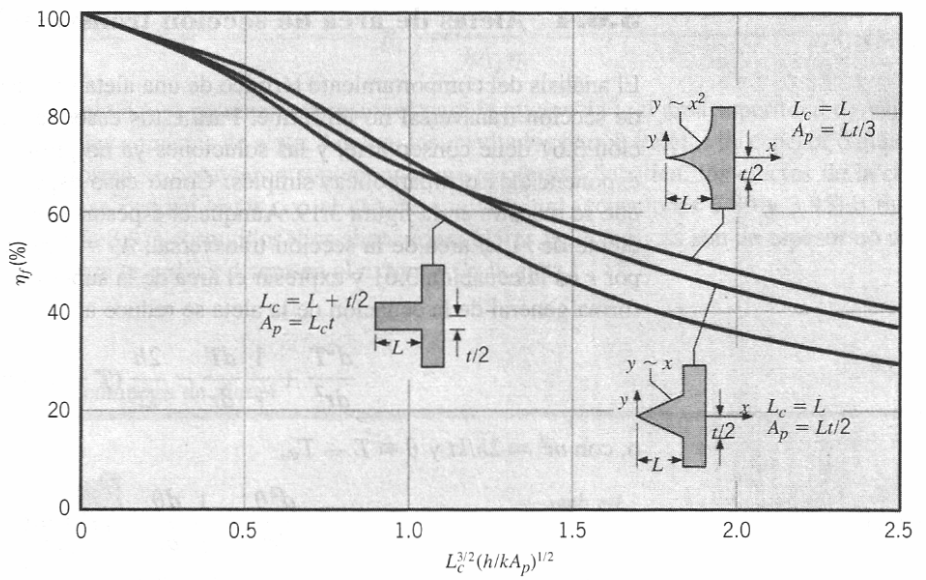


FIGURA 3.18 Eficiencia de aletas rectas (perfiles rectangular, triangular y parabólico).

3.6.4 Aletas de área de sección transversal no uniforme

El análisis del comportamiento térmico de una aleta se hace más complejo si la aleta es de sección transversal no uniforme. Para estos casos, el segundo término de la ecuación 3.61 debe conservarse, y las soluciones ya no presentarán la forma de funciones exponenciales o hiperbólicas simples. Como caso especial, considere la aleta anular que se muestra en la figura 3.19. Aunque el espesor de la aleta es uniforme (t independiente de r), el área de la sección transversal, $A_c = 2\pi\, rt$ varía con r. Al reemplazar x por r en la ecuación 3.61 y expresar el área de la superficie como $A_s = 2\pi(r^2 - r_1^2)$, la forma general de la ecuación de la aleta se reduce a

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dT}{dr} - \frac{2h}{kt}\left(T - T_\infty\right) = 0$$

o, con $m^2 \equiv 2h/kt$ y $\theta \equiv T - T_\infty$,

$$\frac{d^2\theta}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\theta}{dr} - m^2\theta = 0$$

La expresión anterior es una ecuación de Bessel modificada de orden cero, y la solución general tiene la forma

$$\theta(r) = C_1 I_0\left(mr\right) + C_2 K_0\left(mr\right)$$

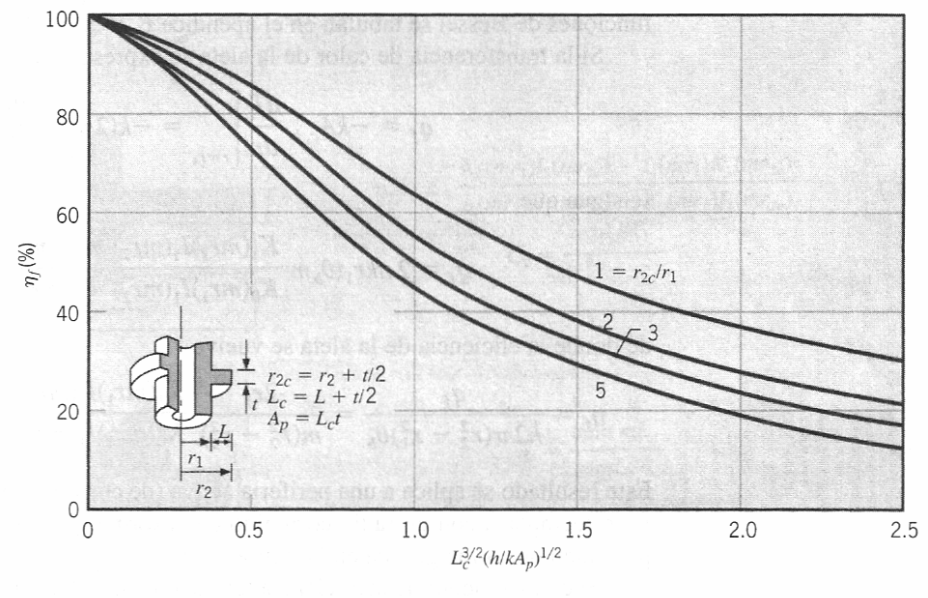


FIGURA 3.19 Eficiencia de aletas anulares de perfil rectangular.

donde I_0, y K_0 son funciones de Bessel de orden cero modificadas de primera y segunda clase, respectivamente. Si la temperatura en la base de la aleta se establece, $\theta(r_1) = \theta_b$, y se supone la periferia adiabática, $(d\theta/dr)_{r2} = 0$, C_1 y C_2 se pueden evaluar para dar una distribución de temperaturas según la forma

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{I_0(mr)K_1(mr_2) + K_0(mr)I_1(mr_2)}{I_0(mr_1)K_1(mr_2) + K_0(mr_1)I_1(mr_2)}$$

donde $I_1(mr) = d[I_0(mr)]/d(mr)$ y $K_1(mr) = -d[K_0(mr)]/d(mr)$ son funciones de Bessel de primer orden modificadas de primera y segunda clase, respectivamente. Las funciones de Bessel se tabulan en el apéndice B.

Si la transferencia de calor de la aleta se expresa como

$$q_f = -kA_{c,b}\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=r_1} = -k(2\pi r_1 t)\left.\frac{d\theta}{dr}\right|_{r=r_1}$$

se sigue que

$$q_f = 2\pi k r_1 t \theta_b m \frac{K_1(mr_1)I_1(mr_2) - I_1(mr_1)K_1(mr_2)}{K_0(mr_1)I_1(mr_2) + I_0(mr_1)K_1(mr_2)}$$

de donde la eficiencia de la aleta se vuelve

$$\eta_f = \frac{2r_1}{m(r_2^2 - r_1^2)} \frac{K_1(mr_1)I_1(mr_2) - I_1(mr_1)K_1(mr_2)}{K_0(mr_1)I_1(mr_2) + I_0(mr_1)K_1(mr_2)} \tag{3.91}$$

Este resultado se aplica a una periferia activa (de convección), si el radio de la periferia r_2 se reemplaza con un radio corregido de la forma $r_{2c} = r_2 + (t/2)$. Los resultados se presentan de forma gráfica en la figura 3.19.

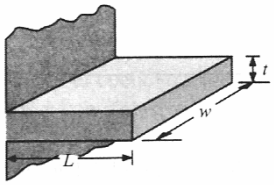
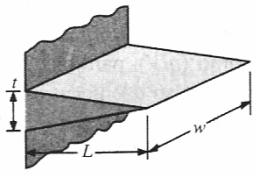
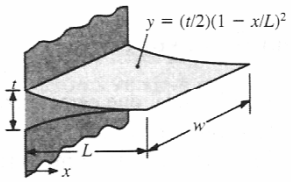
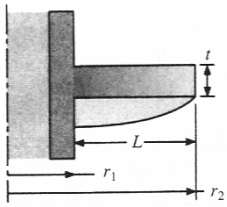
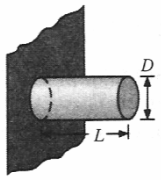
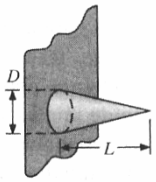
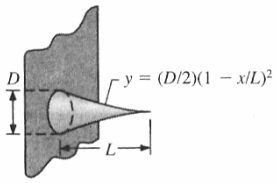
El conocimiento de la eficiencia térmica de una aleta sirve para evaluar la resistencia de la aleta y, de las ecuaciones 3.83 y 3.86, se sigue que

$$R_{t,f} = \frac{1}{hA_f\eta_f} \tag{3.92}$$

En la tabla 3.5 se resumen expresiones para la eficiencia y el área superficial de varias

geometrías comunes de aleta.

TABLA 3.5 Eficiencia de formas comunes de aletas

Aletas rectas			
Rectangular[a] $A_f = 2wL_c$ $L_c = L + (t/2)$		$\eta_f = \dfrac{\tanh mL_c}{mL_c}$	(3.89)
Triangular[a] $A_f = 2w[L^2 + (t/2)^2]^{1/2}$		$\eta_f = \dfrac{1}{mL}\dfrac{I_1(2mL)}{I_0(2mL)}$	(3.93)
Parabólica[a] $A_f = w[C_1L^2 + (L^2/t)\ln(t/L + C_1)]$ $C_1 = [1 + (t/L)^2]^{1/2}$		$\eta_f = \dfrac{2}{[4(mL)^2 + 1]^{1/2} + 1}$	(3.94)
Aleta circular			
Rectangular[a] $A_f = 2\pi(r_{2c}^2 - r_1^2)$ $r_{2c} = r_2 + (t/2)$		$\eta_f = C_2\dfrac{K_1(mr_1)I_1(mr_{2c}) - I_1(mr_1)K_1(mr_{2c})}{I_0(mr_1)K_1(mr_{2c}) + K_0(mr_1)I_1(mr_{2c})}$ $C_2 = \dfrac{(2r_1/m)}{(r_{2c}^2 - r_1^2)}$	(3.91)
Aletas de punta			
Rectangular[b] $A_f = \pi DL_c$ $L_c = L + (D/4)$		$\eta_f = \dfrac{\tanh mL_c}{mL_c}$	(3.95)
Triangular[a] $A_f = \dfrac{\pi D}{2}[L^2 + (D/2)^2]^{1/2}$		$\eta_f = \dfrac{2}{mL}\dfrac{I_2(2mL)}{I_1(2mL)}$	(3.96)
Parabólica[a] $A_f = \dfrac{\pi L^3}{8D}\{C_3C_4 - \dfrac{L}{2D}\ln[(2DC_4/L) + C_3]\}$ $C_3 = 1 + 2(D/L)^2$ $C_4 = [1 + (D/L)^2]^{1/2}$		$\eta_f = \dfrac{2}{[4/9(mL)^2 + 1]^{1/2} + 1}$	(3.97)

[a] $m = (2h/kt)^{1/2}$.
[b] $m = (4h/kD)^{1/2}$.

Aunque los resultados para las aletas de espesor o diámetro uniforme se obtuvieron suponiendo una periferia adiabática, los efectos de la convección se pueden tratar con el uso de una longitud (ecuaciones 3.89 y 3.95) o radio (ecuación 3.91) corregidos. Las aletas triangulares y parabólicas son de espesor no uniforme, que se reduce a cero en el extremo de la aleta.

Una aleta *triangular* recta es atractiva porque, para la transferencia de calor

equivalente, requiere mucho menos volumen (material de la aleta) que un perfil rectangular. A este respecto, la disipación por unidad de volumen, $(q/V)_f$, es más grande para un perfil *parabólico*. Sin embargo, como $(q/V)_f$ para el perfil parabólico es sólo ligeramente mayor que el del perfil triangular, su uso pocas veces se justifica en vista de los grandes costos de fabricación. La aleta *anular* de perfil rectangular se usa normalmente para aumentar la transferencia hacia o desde tubos circulares.

3.6.5 Eficiencia global de la superficie

En contraste con la eficiencia η_f de la aleta, que caracteriza el rendimiento de una sola aleta, la eficiencia global de la superficie caracteriza un arreglo de aletas y la superficie base a la que se une. En la figura 3.20 se muestran arreglos representativos, donde S designa el espaciamiento de las aletas.

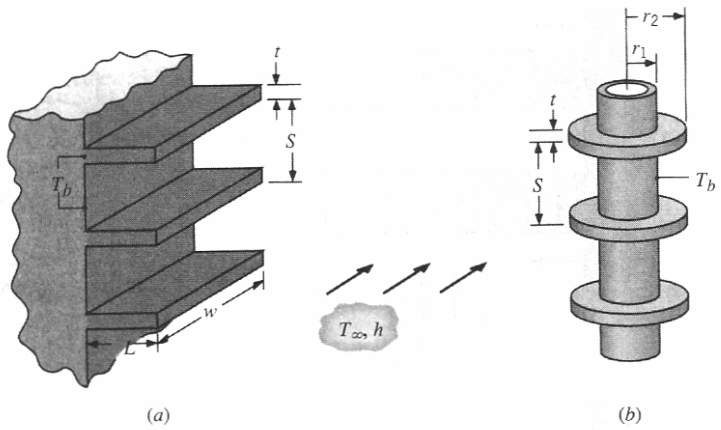


FIGURA 3.20 Arreglos de aletas representativos. (*a*) Aletas rectangulares. (*b*) Aletas anulares.

En cada caso la eficiencia global se define como

$$\eta_0 = \frac{q_t}{q_{\text{máx}}} = \frac{q_t}{hA_t\theta_b} \tag{3.98}$$

donde q_t es la transferencia de calor total del área de la superficie A_t asociada con las aletas y la parte expuesta de la base (a menudo denominada la superficie primaria). Si hay N aletas en el arreglo, cada una de las áreas superficiales A_f, y el área de la superficie primaria se designa como A_b, el área de la superficie total es

$$A_t = NA_f + A_b \tag{3.99}$$

La transferencia de calor máxima posible resultaría si toda la superficie de la aleta, así como la base expuesta, se mantuvieran en T_b.

La transferencia total de calor por convección de las aletas y de la superficie principal (sin aletas) se expresa como

$$q_t = N\eta_f hA_f\theta_b + hA_b\theta_b \tag{3.100}$$

donde el coeficiente de convección h se supone equivalente para las superficies principal y con aletas, y η_f es la eficiencia de una sola aleta. De aquí

$$q_t = h\left[N\eta_f A_f + \left(A_t - NA_f\right)\right]\theta_b = hA_t\left[1 - \frac{NA_f}{A_t}\left(1-\eta_f\right)\right]\theta_b \tag{3.101}$$

Al sustituir la ecuación (3.101) en (3.98), se sigue que

$$\eta_0 = 1 - \frac{NA_f}{A_t}\left(1-\eta_f\right) \tag{3.102}$$

Del conocimiento de η_0, la ecuación 3.98 sirve para calcular la transferencia total de calor para un arreglo de aletas.

Si recuerda la definición de la resistencia térmica de la aleta, ecuación 3.83, la ecuación 3.98 sirve para inferir una expresión para la resistencia térmica de un arreglo de aletas. Es decir,

$$R_{t,0} = \frac{\theta_b}{q_t} = \frac{1}{\eta_0 h A_t} \tag{3.103}$$

donde $R_{t,0}$, es una resistencia efectiva que explica las trayectorias de flujo de calor paralelas por conducción/convección en las aletas y por convección de la superficie principal. La figura 3.21*a* ilustra los circuitos térmicos correspondientes a las trayectorias paralelas y su representación en términos de una resistencia efectiva.

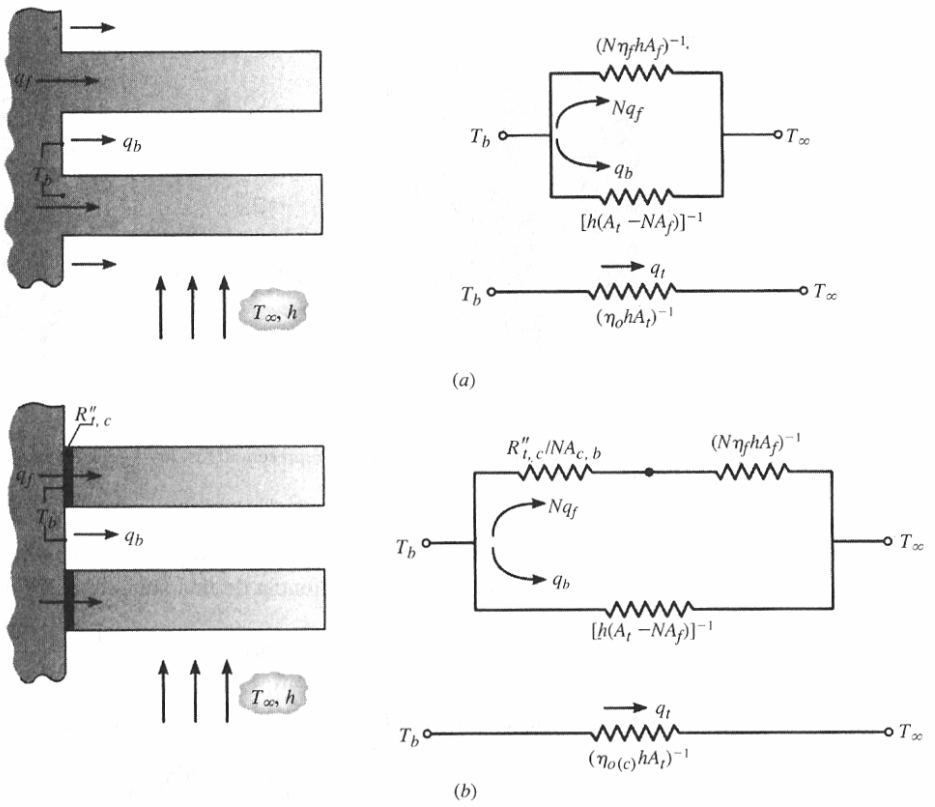


FIGURA 3.21 Arreglo de aletas y circuito térmico. (*a*) Las aletas son parte integral de la base. (*b*) Las aletas están adheridas a la base.

Si las aletas se fabrican como parte integral de la pared de la que se extienden, no hay resistencia de contacto en su base. Sin embargo, por lo general, las aletas se fabrican por separado y se unen a la pared con una juntura metalúrgica o adhesiva. Como alternativa, la unión puede implicar un ajuste de presión, para el cual las aletas se encajan en ranuras hechas por fresado en el material de la pared. En tales casos (figura 3.21*b*), hay una resistencia térmica de contacto, $R_{t,c}$ que puede influir de manera adversa sobre el rendimiento térmico global. De nuevo es posible obtener una resistencia de circuito efectiva, donde, con la resistencia térmica de contacto,

$$R_{t,0(c)} = \frac{\theta_b}{q_t} = \frac{1}{\eta_{0(c)} h A_t} \tag{3.104}$$

Se muestra fácilmente que la eficiencia global de superficie correspondiente es

$$\eta_0 = 1 - \frac{NA_f}{A_t}\left(1 - \frac{\eta_f}{C_1}\right) \tag{3.105a}$$

donde

$$C_1 = 1 + \eta_f h A_f \left(R''_{t,c} / A_{c,b} \right) \tag{3.105b}$$

En la fabricación, se debe tener cuidado de hacer $R_{t,c} << R_{t,f}$.

EJEMPLO 3.9

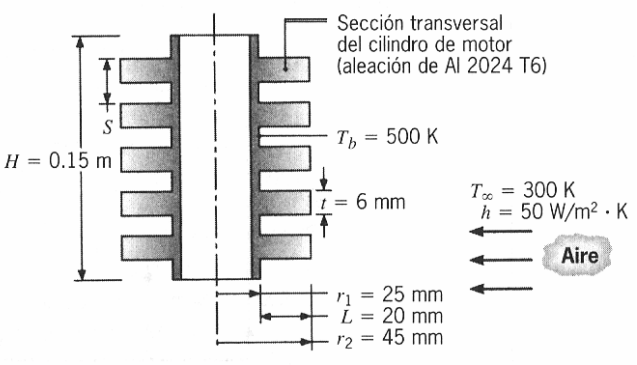
El cilindro del motor de una motocicleta está fabricado de aleación de aluminio 2024-T6 y tiene una altura H = 0.15 m y un diámetro exterior D = 50 mm. Bajo condiciones de operación típicas la superficie externa del cilindro está a una temperatura de 500 K y se expone al aire ambiental a 300 K, con un coeficiente de convección de 50 W/m^2·K. Unas aletas anulares están fundidas integralmente con el cilindro para aumentar la transferencia de calor a los alrededores. Considere cinco de estas aletas, de espesor t = 6 mm, longitud L = 20 mm e igualmente espaciadas. ¿Cuál es el aumento en transferencia de calor debido al uso de las aletas?

SOLUCIÓN

Se conoce: Condiciones de operación de un cilindro de motocicleta con aletas.

Encontrar: Aumento en la transferencia de calor asociada con el uso de aletas.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.

2. Conducción radial unidimensional en las aletas.

3. Propiedades constantes.

4. Intercambio de radiación insignificante con los alrededores.

5. Coeficiente de convección uniforme sobre la superficie externa (con o sin aletas).

Propiedades: Tabla A.1, aluminio 2024-T6 (T = 400 K): k = 186 W/m·K.

Análisis: Con las aletas colocadas, la transferencia de calor está dada por la ecuación 3.101

$$q_t = h A_t \left[1 - \frac{N A_f}{A_t} \left(1 - \eta_f \right) \right] \theta_b$$

donde $A_f = 2\pi \left(r_{2c}^2 - r_1^2 \right) = 2\pi \left[\left(0.048\,\text{m} \right)^2 - \left(0.025\text{m} \right)^2 \right] = 0.0105\text{m}^2$ y, de la ecuación 3.99, $A_t = N A_f + 2\pi r_1 \left(H - Nt \right) = 0.0527\text{m}^2 + 2\pi \left(0.025\text{m} \right) \left[0.15\text{m} - 0.03\text{m} \right] = 0.0716\text{m}^2$.

Con r_{2c}/r_1 = 1.92, L_c = 0.023 m, A_p = 1.380×10^{-4}m^2, obtenemos $L_c^{3/2} \left(h / k A_p \right)^{1/2} = 0.15$.

En consecuencia, de la figura 3.19, la eficiencia de la aleta es ≈ 0.95. Con las aletas, la transferencia total de calor es, entonces,

$$q_t = 50 \tfrac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \times 0.0716\text{m}^2 \left[1 - \frac{0.0527\text{m}^2}{0.0716\text{m}^2} \left(0.05 \right) \right] 200\text{K} = 690\text{W}$$

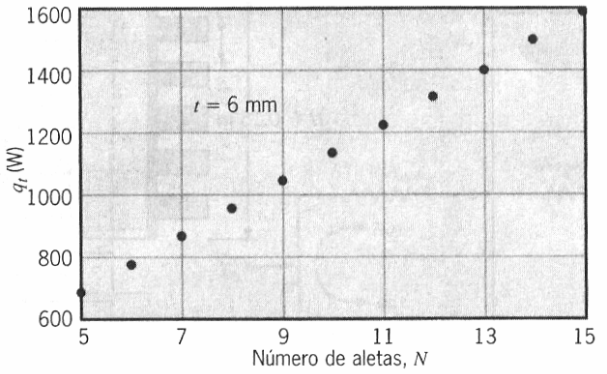
Sin las aletas, la transferencia de calor por convección sería

$$q_{w0} = h \left(2\pi r_1 H \right) \theta_b = 50 \tfrac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \times \left(2\pi \times 0.025\text{m} \times 0.15\text{m} \right) 200\text{K} = 236\text{W}$$

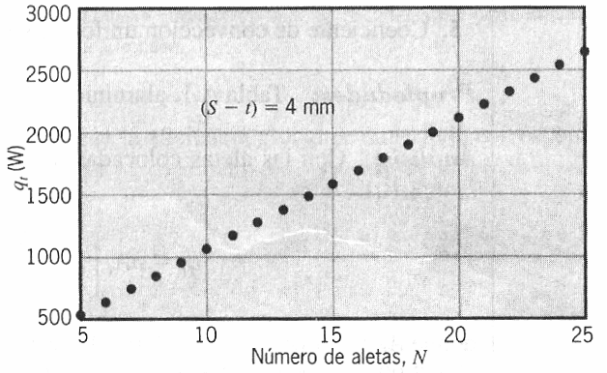
De aquí

$$\Delta q = q_t - q_{w0} = 454\text{W}$$

Comentarios: Aunque las aletas aumentan de manera significativa la transferencia de calor del cilindro, aún es posible un mejoramiento considerable si se aumenta el número de aletas. Evaluamos esta posibilidad calculando q_t como función de N, primero fijando el espesor de la aleta a $t = 6$ mm e incrementando el número de aletas al reducir el espaciado entre las aletas. Determinando un espaciado de aletas de 2 mm en cada extremo del arreglo y un hueco mínimo de aleta de 4 mm, el número máximo permisible de aletas es $N = H/S = 0.15$ m/(0.004 + 0.006)m = 15. Los cálculos de los parámetros dan la siguiente variación de q_t con N



El número de aletas también aumenta reduciendo el espesor de la aleta. Si el hueco de la aleta se fija en $(S - t) = 4$ mm y las restricciones de fabricación dictan un espesor de aleta mínimo permisible de 2 mm, se pueden acomodar hasta $N = 25$ aletas. En este caso los cálculos paramétricos dan



Los cálculos anteriores se basan en la suposición de que h no resulta afectada por una reducción en el hueco de la aleta. La suposición es razonable en tanto que no hay interacción entre las capas límite que se desarrollan en las superficies opuestas de las aletas contiguas. Advierta que, como $NA_f >> 2\pi r_1(H - Nt)$ para las condiciones establecidas, q_t aumenta casi linealmente al aumentar N.

EJEMPLO 3.10

La transferencia de calor de un transistor se puede aumentar insertándolo en una base de aluminio (k = 200 W/m·K) que tiene 12 aletas longitudinales fabricadas integralmente sobre su superficie externa. El radio del transistor y la altura son $r_1 = 2$ mm y $H = 6$ mm, respectivamente, mientras que las aletas son de longitud $L = r_3 - r_2 = 10$ mm y espesor uniforme $t = 0.7$ mm. El espesor de la base de la manga es $r_2 - r_1 = 1$ mm, y la resistencia de contacto de la interfaz base-transistor es $R''_{t,c} = 10^{-3}$ m^2·K/W. Aire a $T_\infty = 20$°C fluye sobre la superficie de la aleta, lo que proporciona un coeficiente de convección aproximadamente uniforme de $h = 25$ W/m^2·K.

1. Suponiendo una transferencia unidimensional en la dirección radial, dibuje el circuito equivalente para la transferencia de calor de la caja del transistor ($r = r_1$) al aire. Marque claramente cada resistencia.

2. Evalúe cada una de las resistencias en el circuito anterior. Si la temperatura de la caja del transistor es $T_1 = 80°C$, ¿cuál es la rapidez de transferencia de calor de la base?

SOLUCIÓN

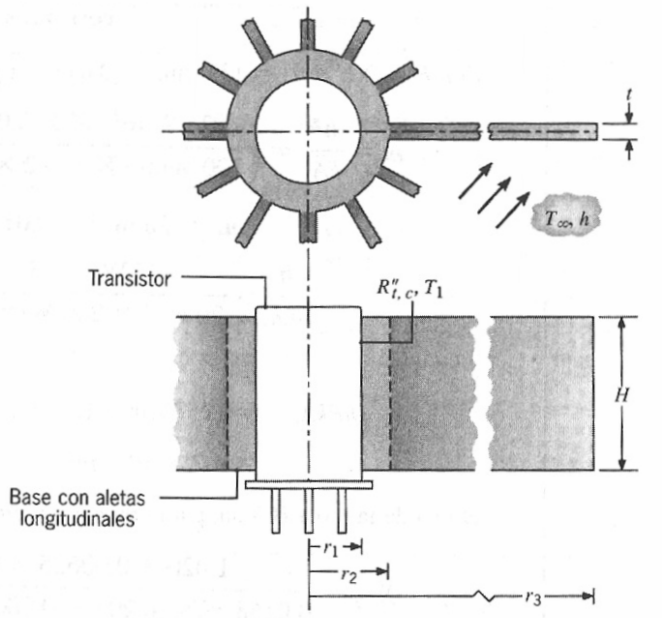
Se conoce: Dimensiones de una base de aluminio con aletas insertada en un transistor. Resistencia de contacto entre la base y el transistor. Condiciones de convección de la superficie y temperatura de la caja del transistor.

Encontrar:

1. Circuito térmico equivalente.

2. Transferencia de calor de la base.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.

2. Transferencia de calor insignificante de las superficies superior e inferior del transistor.

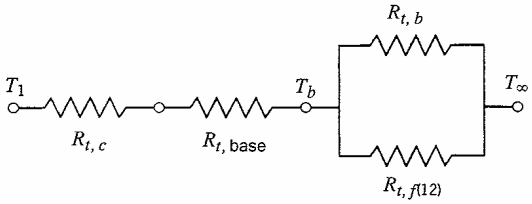
3. Conducción radial unidimensional.

4. Propiedades constantes.

5. Radiación insignificante.

Análisis:

1. El circuito debe explicar la resistencia de contacto, conducción en la base, convección de la base expuesta y conducción/convección de las aletas.



2. Las resistencias térmicas para el contacto de la unión y la base son

$$R_{t,c} = \frac{R''_{t,c}}{2\pi r_1 H} = \frac{10^{-3}\ \frac{\text{m}^2\cdot\text{K}}{\text{W}}}{2\pi(0.002\ \text{m})(0.006\ \text{m})} = 13.3\ \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

$$R_{t,\text{base}} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi kH} = \frac{\ln(3/2)}{2\pi\left(200\ \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}\right)(0.006\ \text{m})} = 0.054\ \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

Para una sola aleta, $R_{t,f} = \theta_b/q_f$, donde de la tabla 3.4,

$$q_f = (hPkA_c)^{1/2}\,\theta_b\,\frac{\sinh mL + (h/mk)\cosh mL}{\cosh mL + (h/mk)\sinh mL}$$

Con $P = 2(H + t) = 13.4$ mm $= 0.0134$ m y $A_c = t \times H = 4.2\times10^{-6}$ m^2,

$$m = \left(\frac{hP}{kA_c}\right)^{1/2} = \left(\frac{25\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot\text{K}}\times 0.0134\text{ m}}{200\,\frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}\times 4.2\times10^{-6}\,\text{m}^2}\right)^{1/2} = 20\text{ m}^{-1}$$

$$mL = 20\text{ m}^{-1}\times 0.01\text{ m} = 0.20$$

$$\frac{h}{mk} = \frac{25\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot\text{K}}}{20\text{ m}^{-1}\times 200\,\frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}} = 0.00625$$

y

$$\left(hPkA_c\right)^{1/2} = \left(25\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot\text{K}}\times 0.0134\text{ m}\times 200\,\frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}\times 4.2\times10^{-6}\,\text{m}^2\right)^{1/2} = 0.0168\,\frac{\text{W}}{\text{K}}$$

el uso de la tabla B.1 da, para una *sola aleta*,

$$R_{t,f} = \frac{1.020 + 0.00625\times 0.201}{0.0168\,\frac{\text{W}}{\text{K}}\left(0.201 + 0.00625\times 1.020\right)} = 293\,\frac{\text{K}}{\text{W}}$$

De aquí, para 12 aletas,

$$R_{t,f(12)} = \frac{R_{t,f}}{12} = 24.4\,\frac{\text{K}}{\text{W}}$$

Para la base expuesta,

$$R_{t,b} = \left[h\left(2\pi r_2 - 12t\right)H\right]^{-1} = \left[25\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot\text{K}}\left(2\pi\times 0.003 - 12\times 0.0007\right)\text{m}\times 0.006\text{ m}\right]^{-1} = 638\,\frac{\text{K}}{\text{W}}$$

Con

$$R_{\text{equiv}} = \left[\left(24.4\right)^{-1} + \left(683\right)^{-1}\right]^{-1} = 23.5\,\frac{\text{K}}{\text{W}}$$

se sigue que

$$R_{\text{tot}} = \left(13.3 + 0.054 + 23.5\right)\frac{\text{K}}{\text{W}} = 36.9\,\frac{\text{K}}{\text{W}}$$

y

$$q_t = \frac{T_1 - T_\infty}{R_{\text{tot}}} = \frac{\left(80 - 20\right)^\circ\text{C}}{36.9\,\frac{\text{K}}{\text{W}}} = 1.63\text{ W}$$

Comentarios:

1. Sin la base con aletas, la resistencia de convección de la caja del transistor es $R_{\text{tran}} = (2\pi r_1 Hh)^{-1} = 531$ K/W. Por tanto hay una ventaja considerable en el uso de las aletas.

2. Si se supone una aleta de periferia adiabática, tanh $mL = 0.197$ y $R_{t,f} = 302$ K/W. En consecuencia, la resistencia de aleta está dentro de 3% de la que se obtiene para la periferia convectiva real.

3. Con $\eta_f = (h\,A_f\,R_{t,f})^{-1} = 0.988$, la ecuación 3.102 da $\eta_0 = 0.988$, de la que se sigue que $R_{t,0} = (\eta_0 hA_t)^{-1} = 23.5$ K/W. Este resultado es, por supuesto, idéntico al que se obtuvo en la determinación anterior de R_{equiv}.

4. El diseño de aleta establecido y las condiciones de operación de ninguna manera se han optimizado. Si se hiciera necesario disipar más de 1.63 W, mientras se mantiene la temperatura de la base a 80°C, ¿qué medidas tomaría usted para mejorar el rendimiento térmico del sistema? Puede, por ejemplo, querer considerar los efectos de duplicar h,

dividir entre dos $R''_{t,c}$ aumentando L, y/o aumentando N.

3.7

Resumen

A pesar de la simplicidad matemática inherente, la transferencia de calor unidimensional de estado estable ocurre en numerosas aplicaciones de ingeniería. Aunque las condiciones de estado estable unidimensionales no se aplican exactamente, a menudo se hacen suposiciones para obtener resultados de exactitud razonable. Por tanto, debe estar familiarizado con los medios por los que se tratan estos problemas. En particular, debe sentirse cómodo con el uso de circuitos térmicos equivalentes y con las expresiones para las resistencias de conducción que pertenecen a cada una de las tres geometrías comunes. También debe estar familiarizado con el hecho de saber en qué forma la ecuación de calor y la ley de Fourier sirven para obtener las distribuciones de temperatura y los flujos correspondientes. Las implicaciones de una fuente de energía internamente distribuida también deben entenderse con claridad. Finalmente, debe apreciar el importante papel que las superficies extendidas juegan en el diseño de los sistemas térmicos y debe tener la facilidad de efectuar diseños y ejecutar cálculos para tales superficies.

Bibliografía

1. Fried, E., "Thermal Conduction Contribution to Heat Transfer at Contacts", en R. P. Tye, cd., *Thermal Conductivity*, vol. 2, Academic Press, Londres, 1969.

2. Eid, J. C., y V. W. Antonetti, "A Small Scale Thermal Contact Resistance of Aluminium Against Silicon", en C. L. Tien, y. P. Carey y J. K. Ferrel, eds., *Heat Transfer—1986*, vol. 2, Hemisphere, Nueva York, 1986, pp. 659-664.

3. Snaith, B., P. W. O'Callaghan y S. D. Probert, "Interstitial Materials for Controlling Thermal Conductances across Pressed Metallic Contacts", *Appl. Energy*, 16, 175, 1984.

4. Yovanovich, M. M., "Theory and Application of Constriction and Spreading Resistance Concepts for Microelectronic Thermal Management", presentado en el International Symposium on Cooling Technology for Electronic Equipment, Honolulú, 1987.

5. Peterson, G. P. y L. S. Fletcher, "Thermal Contact Resistance of Silicon Clip Bonding Materials", Proceedings of the International Symposium on Cooling Technology for Electronic Equipment, Honolulú, 1987, pp. 438-448.

6. Yovanovich, M. M. y M. Tuarze, "Experimental Evidence of Thermal Resistance at Soldered Joints", *AJAA J. Spacecraft Rockets*, **6**, 1013, 1969.

7. Madhusudana, C. V. y L. S. Fletcher, "Contact Heat Transfer—The Last Decade", *AIAA J.*, **24**, 510, 1986.

8. Yovanovich, M. M., "Recent Developments in Thermal Contact, Gap and Joint Conductance Theories and Experiment", en C. L. Tien, V. P. Carey y J. L. Ferrel, eds., *Heat Transfer—1986*, vol. 1, Hemisphere, Nueva York, 1986, pp. 35-45.

9. Harper, D. R. y W. B. Brown, "Mathematical Equations for Heat Conduction in the Fins of Air Cooled Engines", Reporte NACA núm. 158, 1922.

10. Schneider, P. J., Conduction Heat Transfer, Addison Wesley, Reading, MA, 1955.

Problemas

Pared plana

3.1 Considere la pared plana de la figura 3.1, que separa los fluidos caliente y frío a temperaturas $T_{\infty,1}$ y $T_{\infty,2}$ respectivamente. Con el uso de balances de energía como condiciones de frontera en $x = 0$ y $x = L$ (véase la ecuación 2.27), obtenga la distribución de temperaturas dentro de la pared y el flujo de calor en términos de $T_{\infty,1}$, $T_{\infty,2}$, h_1, h_2, k y L.

3.2 La ventana posterior de un automóvil se desempaña mediante el paso de aire calien-

te sobre su superficie interna.

(a) Si el aire caliente está a $T_{\infty,i}$ = 40°C y el coeficiente de convección correspondiente es h_i = 30 W/m^2·K, ¿cuáles son las temperaturas de las superficies interna y externa de la ventana de vidrio de 4 mm de espesor, si la temperatura del aire ambiente del exterior es $T_{\infty,0}$ = -10°C y el coeficiente de convección asociado es h_o = 65 W/m^2·K?

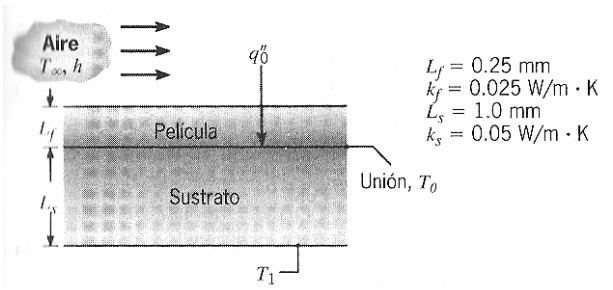
(b) En la práctica, $T_{\infty,0}$ y h_o varían de acuerdo con las condiciones del clima y la velocidad del automóvil. Para valores de h_o = 2, 65, y 100 W/m^2·K, calcule y trace las temperaturas de las superficies interna y externa como función de $T_{\infty,0}$ para -30 ≤ $T_{\infty,0}$ ≤ 0°C.

3.3 La ventana trasera de un automóvil se desempaña uniendo un elemento de calentamiento delgado de tipo película transparente a su superficie interior. Al calentar eléctricamente este elemento, se establece un flujo de calor uniforme en la superficie interna.

(a) Para una ventana de vidrio de 4 mm, determine la potencia eléctrica que se requiere por unidad de área de la ventana para mantener una temperatura en la superficie interna de 15°C cuando la temperatura del aire interior y el coeficiente de convección son $T_{\infty,i}$ = 25°C y h_i = 10 W/m^2·K, mientras la temperatura del aire exterior (ambiente) y el coeficiente de convección son $T_{\infty,0}$ =-10°C y h_o = 65 W/m^2·K.

(b) En la práctica, $T_{\infty,0}$ y h_o varían de acuerdo con las condiciones climáticas y la velocidad del automóvil. Para valores de h_o = 2, 65, y 100 W/m^2·K, determine y elabore una gráfica del requerimiento de potencia eléctrica como función de $T_{\infty,0}$ para -30 ≤ $T_{\infty,0}$ ≤ 0°C. De sus resultados, ¿qué concluye acerca de la necesidad de operar el calentador con valores bajos de h_o? ¿Cómo resulta afectada esta conclusión por el valor de $T_{\infty,0}$? Si $h \propto V^n$, donde V es la velocidad del vehículo y n es un exponente positivo, ¿cómo afecta la velocidad del auto a la necesidad de la operación del calentador?

3.4 En un proceso de fabricación se unirá una película transparente a un sustrato como se muestra en el diagrama. Para curar la unión a una temperatura T_0, se utiliza una fuente radiante que proporciona un flujo de calor q_0'' (W/m^2), la totalidad del cual es absorbido en la superficie unida. La parte posterior del sustrato se mantiene a T_1 mientras la superficie libre de la película se expone al aire a T_∞. y a un coeficiente de transferencia de calor por convección h.



(a) Muestre el circuito térmico que represente la situación de transferencia de calor de estado estable. Asegúrese de etiquetar todos los elementos, nudos y flujos de calor. Déjelo en forma simbólica.

(b) Suponga las siguientes condiciones: T_∞ = 20°C, h = 50 W/m^2·K, y T_1 = 30°C. Calcule el flujo de calor q_0'' que se requiere para mantener la superficie unida a T_0 = 60°C.

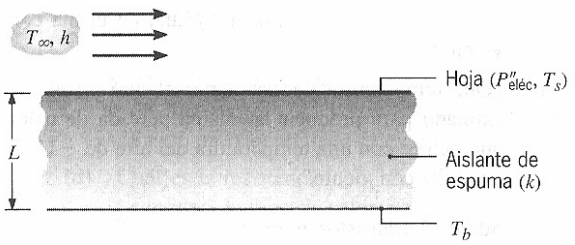
(c) Calcule y trace el flujo de calor que se requiere como función del espesor de la película para 0 ≤ L_f ≤ 1 mm.

(d) Si la película no es transparente y la totalidad del flujo de calor radiante se absorbe en su superficie superior, determine el flujo de calor que se requiere para lograr la unión. Elabore una gráfica de sus resultados como función de L_f para 0 ≤ L_f ≤ 1 mm.

3.5 Se consideran cobre y acero inoxidable (AISI 304) como material para las paredes de la tobera de un cohete enfriada por líquido. El exterior enfriado de la pared se mantiene a 150°C, mientras que los gases de combustión dentro de la tobera están a 2750°C.

El coeficiente de transferencia de calor del lado del gas es $h_i = 2\times10^4$ W/m^2·K, y el radio de la tobera es mucho mayor que el espesor de la pared. Limitaciones térmicas indican que la temperatura del cobre y la del acero no exceden 540°C y 980°C, respectivamente. ¿Cuál es el espesor máximo de la pared que se podría emplear para cada uno de los dos materiales? Si la tobera se construye con el espesor máximo de pared. ¿cuál material se preferiría?

3.6 Una técnica para medir coeficientes de transferencia de calor implica adherir una superficie de una hoja metálica delgada a un material aislante y exponer la otra superficie a las condiciones de corriente del fluido de interés.



Al hacer pasar una corriente eléctrica a través de la hoja, se disipa calor de manera uniforme dentro de la hoja y se infiere el flujo correspondiente, $P''_{\text{eléc}}$, a partir de las mediciones de voltaje y corriente relacionadas. Si se conocen el espesor L del aislante y la conductividad térmica k, y se miden las temperaturas del fluido, hoja y aislante (T_∞, T_s, T_b), es posible determinar el coeficiente de convección. Considere condiciones para las que $T_\infty = T_b = 25$°C, $P''_{\text{eléc}} = 2000$ W/m^2, $L = 10$ mm, y $k = 0.040$ W/m·K.

(a) Con un flujo de agua sobre la superficie, la medición de la temperatura de la hoja da $T_s = 27$°C. Determine el coeficiente de convección. ¿Qué error se cometería al suponer que toda la potencia disipada se transmite al agua por convección?

(b) Si, en su lugar, fluye aire sobre la superficie y la medición de temperatura da $T_s = 125$°C, ¿cuál es el coeficiente de convección? La hoja tiene una emisividad de 0.15 y se expone a alrededores a 25°C. ¿Qué error se cometería al suponer que toda la potencia que se disipa se transfiere al aire por convección?

(c) Normalmente, los indicadores de flujo de calor se operan a temperatura fija (T_s), en cuyo caso la disipación de potencia proporciona una medida directa del coeficiente de convección. Para $T_s = 27$°C, grafique $P''_{\text{eléc}}$ como función de h_0 para $10 \le h_0 \le 1000$ W/m^2·K. ¿Qué efecto tiene h_0 sobre el error asociado con que no se tome en cuenta la conducción a través del aislante?

3.7 *Lo helado de la brisa*, que se experimenta en un día frío y con viento, se relaciona con el incremento de la transferencia de calor de la piel humana expuesta a la atmósfera circundante. Considere una capa de tejido adiposo de 3 mm de espesor y cuya superficie interior se mantiene a una temperatura de 36°C. En un día calmado el coeficiente de transferencia de calor por convección a la superficie externa es 25 W/m^2·K, pero con vientos de 30 km/h alcanza 65 W/m^2·K. En ambos casos, la temperatura del aire del ambiente es -15°C.

(a) ¿Cuál es la pérdida de calor por unidad de área de la piel que se produce de un día calmado a un día con viento?

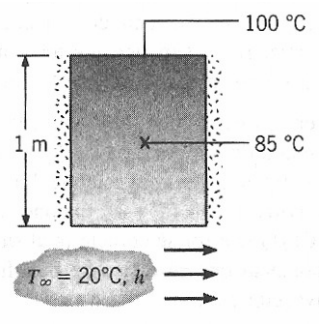
(b) ¿Cuál será la temperatura de la superficie externa de la piel en el día calmado? ¿Cuál en el día con viento?

(c) ¿Qué temperatura debería tener el aire en el día calmado para producir la misma pérdida de calor que ocurre con una temperatura del aire de -15°C en el día con viento?

3.8 Considere el transistor montado en superficie que se ilustra en el problema 1.51. Construya el circuito térmico, escriba una expresión para una temperatura de caja T_c y evalúe T_c para dos situaciones, una en la que el hueco está lleno de aire estancado y otra

en la que está lleno de una pasta conductora.

3.9 Una placa de acero de 1 m de largo (k = 50 W/m·K) está bien aislada en sus lados, mientras que la superficie superior está a 100°C y la superficie inferior se enfría por convección mediante un fluido a 20°C. En condiciones de estado estable sin generación, un termopar en el punto medio de la placa revela una temperatura de 85°C.



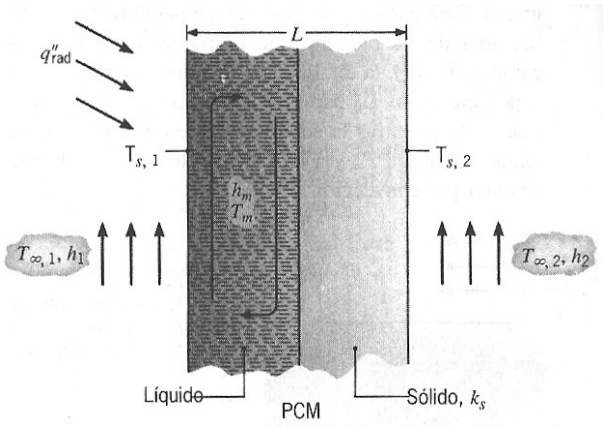
¿Cuál es el valor del coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie inferior?

3.10 Una ventana térmica de vidrio consiste en dos piezas de vidrio de 7 mm de espesor que encierran un espacio de aire de 7 mm de espesor. La ventana separa el aire del cuarto a 20°C del aire ambiente del exterior a -10°C. El coeficiente de convección asociado con la superficie interna (lado del cuarto) es 10 W/m^2·K.

(a) Si el coeficiente de convección asociado con el aire exterior (ambiente) es h_0 = 80 W/m^2·K, ¿cuál es la pérdida de calor a través de una ventana que tiene 0.8 m de largo por 0.5 m de ancho? No tome en cuenta la radiación, y suponga que el aire encerrado entre las hojas de vidrio está estancado.

(b) Calcule y trace el efecto de h_0 sobre la pérdida de calor para $10 \le h_0 \le 100$ W/m^2·K. Repita este cálculo para una construcción de tres vidrios en la que se agrega un tercer vidrio y un segundo espacio de aire de espesor equivalente.

3.11 La pared de un colector solar pasivo consiste en un material de cambio de fase (PCM) de espesor L encerrado entre dos superficies estructurales de soporte.

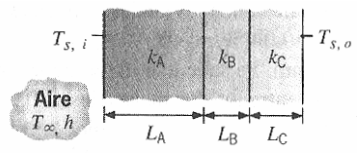


Suponga una condición de estado estable para la que la absorción de radiación solar en una superficie mantiene su temperatura ($T_{s,1}$) por arriba de la temperatura de fusión del PCM. Las porciones líquida y sólida del PCM están divididas por una interfaz vertical estrecha. El liquido tiene una temperatura del núcleo de T_m y se caracteriza por un flujo recirculante movido por la flotación que mantiene el mismo coeficiente de convección (h_m) en sus interfaces con la superficie (s, 1) y el sólido. Considere condiciones para las que el flujo neto de radiación es q''_{rad} = 1000 W/m^2, las temperaturas ambientes y los coeficientes de convección son $T_{\infty,1} = T_{\infty,2}$ = 20°C y $h_1 = h_2$ = 20 W/m^2·K, la temperatura y coeficiente de convección del líquido PCM son T_m = 50°C y h_m = 10 W/m^2·K y la conductividad térmica del sólido PCM es k_s = 0.5 W/m·K. Evalúe la temperatura de la superficie, $T_{s,1}$. Si el espesor total del PCM es L = 0.10 m, ¿cuál es el espesor de la capa líquida? Calcule la temperatura de la superficie $T_{s,2}$.

3.12 La pared de un edificio es un compuesto que consiste en una capa de 100 mm de ladrillo común, una capa de 100 mm de fibra de vidrio (forrada con papel, 28 kg/m^3), una capa de 10 mm de revoque de yeso (vermiculita) y una capa de 6 mm de tabla de pino. Si el coeficiente de convección interior es 10 W/m^2·K y el coeficiente de convección exterior es 70 W/m^2·K, ¿cuál es la resistencia total y el coeficiente global para la transferencia de calor?

3.13 La pared compuesta de un horno consiste en tres materiales, dos de los cuales son

de conductividad térmica conocida, k_A = 20 W/m·K y k_C = 50 W/m·K, y de espesor conocido, L_A = 0.30 m y L_C = 0.15 m. El tercer material, B, que se intercala entre los materiales A y C, es de espesor conocido, L_B = 0.15 m, pero de conductividad térmica, k_B, desconocida.



En condiciones de operación de estado estable, las mediciones revelan una temperatura de la superficie externa $T_{s,\,0}$ = 20°C, una temperatura de la superficie interna $T_{s,\,i}$ = 600°C, y una temperatura del aire del horno T_∞ = 800°C. Se sabe que el coeficiente de convección interior h es 25 W/m^2·K. ¿Cuál es el valor de k_B?

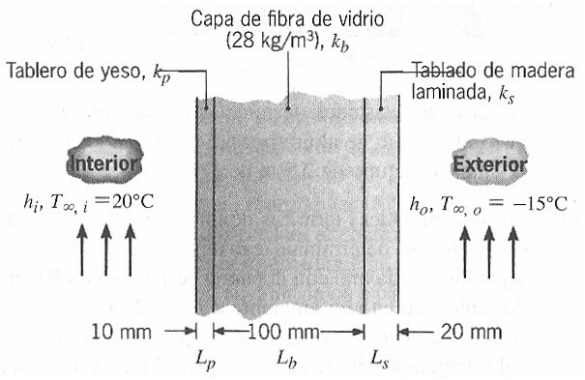
3.14 Las paredes exteriores de un edificio son un compuesto que consiste en un tablero de yeso de 10 mm de espesor, espuma de uretano de 50 mm de espesor y 10 mm de madera blanda. En un típico día de invierno las temperaturas del aire exterior e interior son -15 y 20°C, respectivamente, con coeficientes de convección externo e interno de 15 y 5 W/m^2·K, respectivamente.

(a) ¿Cuál es la carga de calentamiento para una sección de 1 m^2 de pared?

(b) ¿Cuál es la carga de calentamiento si la pared compuesta se reemplaza por una ventana de vidrio de 3 mm de espesor?

(e) ¿Cuál es la carga de calentamiento si la pared compuesta se reemplaza con una ventana de doble vidrio que consiste en dos placas de vidrio de 3 mm de espesor separadas por un hueco de aire estancado de 5 mm de espesor?

3.15 Una casa tiene una pared compuesta de madera, aislante de fibra de vidrio y tablero de yeso, como se indica en el esquema. En un día frío de invierno los coeficientes de transferencia de calor por convección son h_0 = 60 W/m^2·K y h_i = 30 W/m^2·K. El área total de la superficie de la pared es 350 m^2.



(a) Determine una expresión simbólica para la resistencia térmica total de la pared, incluyendo los efectos de convección interior y exterior para las condiciones establecidas.

(b) Determine la pérdida total de calor a través de la pared.

(c) Si el viento soplara de manera violenta, elevando h_0 a 300 W/m^2·K, determine el porcentaje de aumento en la pérdida de calor.

(d) ¿Cuál es la resistencia controladora que determina la cantidad de flujo de calor a través de la pared?

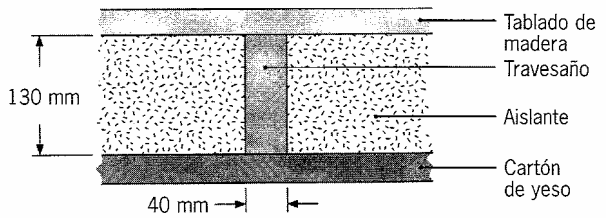
3.16 Considere la pared compuesta del problema 3.15 bajo condiciones para las que el aire interior aún se caracteriza por $T_{\infty,\,i}$ = 20°C y h_i = 30 W/m^2·K. Sin embargo, utilice las condiciones más realistas en las que el aire exterior se caracteriza por una temperatura que varía con el día (tiempo), de la forma

$$T_{\infty,0}(K) = 273 + 5\sin\left(\frac{2\pi t}{24}\right) \qquad 0 \le t \le 12 \text{ h}$$

$$T_{\infty,0}(K) = 273 + 11\sin\left(\frac{2\pi t}{24}\right) \qquad 12 \le t \le 24 \text{ h}$$

con h_0 = 60 W/m^2·K. Suponiendo condiciones casi estables para las que es posible no tomar en cuenta los cambios en el almacenamiento de energía dentro de la pared, estime la pérdida diaria de calor a través de ésta si el área total de la superficie es 200 m^2.

3.17 Considere una pared compuesta que incluye un tablado de madera dura de 8 mm de espesor, travesaños de 40 mm por 130 mm de madera dura sobre centros de 0.65 m con aislante de fibra de vidrio (recubierto con papel, 28 kg/m^3) y una hoja de cartón de yeso (vermiculita) de 12 mm. ¿Cuál es la resistencia térmica asociada con una pared que tiene 2.5 m de altura por 6.5 m de ancho (y 10 travesaños, cada uno de 2.5 m de altura)?



3.18 Las características térmicas de un pequeño refrigerador doméstico se determinan realizando dos experimentos separados, cada uno con la puerta cerrada y el refrigerador colocado en aire ambiente a T_∞ = 25°C. En un caso, un calentador eléctrico se suspende en la cavidad del refrigerador, mientras el refrigerador está desconectado. Con el calentador disipando 20 W, se registra una temperatura de estado estable de 90°C dentro de la cavidad. Sin el calentador y con el refrigerador ahora en operación, el segundo experimento implica mantener una temperatura de la cavidad en estado estable de 5°C para un intervalo de tiempo fijo y registrar la energía eléctrica que se requiere para operar el refrigerador. En este experimento, para el que la operación de estado estable se mantiene en un periodo de 12 horas, la energía eléctrica de entrada es 125 kJ. Determine el coeficiente de rendimiento del refrigerador (COP).

3.19 En el diseño de edificios, el requerimiento de conservación de la energía dicta que el área de la superficie exterior, A_s, se minimice. Este requerimiento implica que, para un espacio de piso deseado, hay valores óptimos asociados con el número de pisos y con las dimensiones horizontales del edificio. Considere un diseño para el que se establecen el espacio de piso, A_f, y la distancia vertical entre pisos, H_f.

(a) Si el edificio tiene una sección transversal cuadrada de ancho W en un lado, obtenga una expresión para el valor de W que minimice la pérdida de calor a los alrededores. La pérdida de calor se supone que ocurre de las cuatro paredes verticales y de un techo plano. Exprese sus resultados en términos de A_f y H_f.

(b) Si A_f = 32,768 m^2 y H_f = 4 m, ¿para qué valores de W y N_f (número de pisos) se minimiza la pérdida de calor? Si el coeficiente global de transferencia de calor promedio es U = 1 W/m^2·K y la diferencia entre las temperaturas del aire ambiental interior y exterior es 25°C, ¿cuál es la pérdida de calor correspondiente? ¿Cuál es el porcentaje de reducción en pérdida de calor comparado con un edificio de N_f = 2?

Resistencia térmica de contacto

3.20 Una pared compuesta separa gases de combustión a 2600°C de un líquido refrigerante a 100°C, con coeficientes de convección del lado de gas y del líquido de 50 y 1000 W/m^2·K. La pared se compone de una capa de óxido de berilio de 10 mm de espesor en el lado del gas y una placa de acero inoxidable (AISI 304) de 20 mm de grosor en el lado del líquido. La resistencia de contacto entre el óxido y el acero es 0.05 m^2·K/W. ¿Cuál es la pérdida de calor por área unitaria de superficie del compuesto? Dibuje la distribución de temperaturas del gas al líquido.

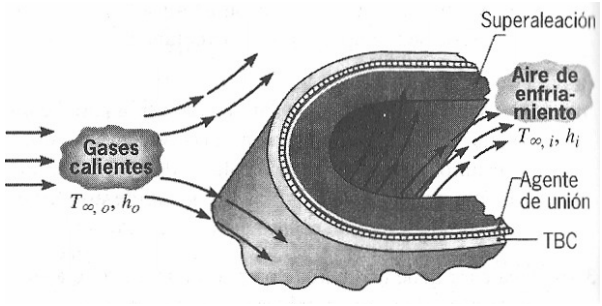
3.21 Dos placas de acero inoxidable de 10 mm de espesor están sujetas a una presión de contacto de 1 bar bajo condiciones de vacío para las que hay una caída general de temperatura de 100°C a lo largo de las placas. ¿Cuál es la caída de temperatura a través del plano de contacto?

3.22 Considere una pared plana compuesta integrada por dos materiales de conductividades térmicas $k_A = 0.1$ W/m·K y $k_B = 0.04$ W/m·K y espesores $L_A = 10$ mm y $L_B = 20$ mm. Se sabe que la resistencia de contacto en la interfaz entre los dos materiales es 0.30 m^2·K/W. El material A está al lado de un fluido a 200°C para el que $h = 10$ W/m^2·K, y el material B a un fluido a 40°C para el que $h = 20$ W/m^2·K.

(a) ¿Cuál es la transferencia de calor a través de una pared que tiene 2 m de altura por 2.5 m de ancho?

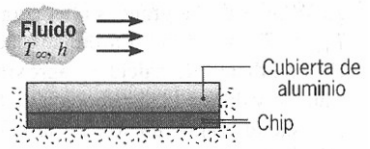
(b) Dibuje la distribución de temperaturas.

3.23 El rendimiento de los motores de turbinas de gas se mejora aumentando la tolerancia de las hojas de las turbinas a los gases calientes que salen del combustor. Un método para lograr altas temperaturas de operación implica la aplicación de un *revestimiento de barrera térmica* (TBC) para la superficie externa de una hoja, mientras pasa aire de enfriamiento a través de la hoja. Por lo común, la hoja está fabricada de una superaleación de alta temperatura, como Inconel ($k \approx 25$ W/m·K), mientras una cerámica, como circonia ($k \approx 1.3$ W/m·K), se usa como revestimiento de barra térmica TBC.



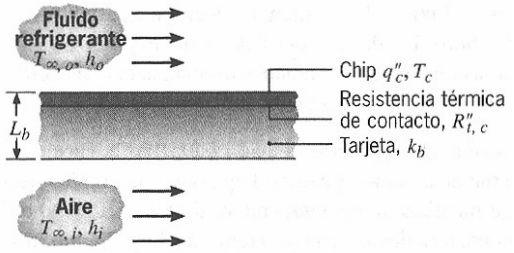
Considere condiciones para las que gases calientes a $T_{\infty,o} = 1700$ K y aire de enfriamiento a $T_{\infty,i} = 400$ K proporcionan coeficientes de convección de la superficie externa e interna de $h_o = 1000$ W/m^2·K y $h_i = 500$ W/m^2·K, respectivamente. Si un TBC de circonio de 0.5 mm de espesor se une a la pared de una hoja de Inconel de 5 mm de espesor por medio de un agente de unión metálico, que proporciona una resistencia térmica entre las interfaces de $R''_{t,c} = 10^{-4}$ m^2·K/W, ¿es posible mantener el Inconel a una temperatura que esté por debajo de su valor máximo permisible de 1250 K? Deje de lado los efectos de radiación, y aproxime la hoja de la turbina como una pared plana. Elabore una gráfica de la distribución de temperaturas con y sin el TBC. ¿Existe algún límite al espesor del TBC?

3.24 Un chip de silicio se encapsula de modo que, bajo condiciones de estado estable, la totalidad de la potencia que se disipa se transfiere por convección a una corriente de fluido para el que $h = 1000$ W/m^2·K y $T_\infty = 25$°C. El chip se separa del fluido mediante una cubierta de placa de aluminio de 2 mm de espesor, y la resistencia de contacto de la interfaz clip/aluminio es 0.5×10^{-4} m^2·K/W



Si el área de la superficie del chip es 100 mm^2 y la temperatura máxima permisible es 85°C, ¿cuál es la disipación de potencia máxima permisible en el chip?

3.25 Aproximadamente 10^6 componentes eléctricos discretos se colocan en un solo circuito integrado (chip), con disipación de calor eléctrico tan alta como 30,000 W/m^2. El clip, que es muy delgado, se expone a un líquido dieléctrico en la superficie externa, con $h_o = 1000$ W/m^2·K y $T_{\infty,o} = 20$°C, y se une a una tarjeta de circuitos en la superficie interior. La resistencia térmica de contacto entre el chip y la tarjeta es 10^{-4} m^2·K/W, y el espesor



y conductividad térmica de la tarjeta son L_b = 5 mm y k_b = 1 W/m·K, respectivamente. La otra superficie de la tarjeta se expone al aire del ambiente para el que h_i = 40 W/m^2·K y $T_{\infty,i}$ = 20°C.

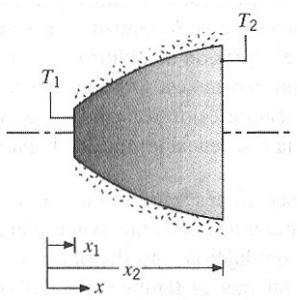
(a) Dibuje el circuito térmico equivalente que corresponde a las condiciones de estado estable. En forma de variable etiquete las resistencias, temperaturas y flujos de calor apropiados.

(b) En condiciones de estado estable para las que la disipación de calor del chip es q''_c = 30,000 W/m^2, ¿cuál es la temperatura del chip?

(c) El flujo de calor permisible máximo, q''_c, se determina mediante la restricción de que la temperatura del chip no debe exceder 85°C. Determine $q''_{c,m}$ para las condiciones precedentes. Si se usa aire en lugar del líquido dieléctrico, el coeficiente de convección se reduce en aproximadamente un orden de magnitud. ¿Cuál es el valor de $q''_{c,m}$ para h_o = 100 W/m^2·K? Con enfriamiento de aire, ¿es posible obtener mejoras significativas con una tarjeta de circuitos de óxido de aluminio y/o mediante una pasta conductora en la interfaz chip/tarjeta para la que $R''_{t,c} = 10^{-5}$ m^2·K/W?

Análisis de conducción alternativo

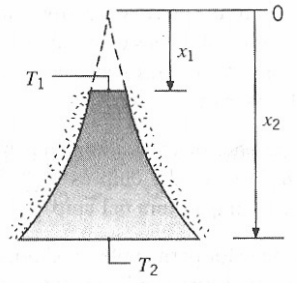
3.26 El diagrama muestra una sección cónica construida de aluminio puro. Es de sección transversal circular con un diámetro $D = ax^{1/2}$, donde a = 0.5 m$^{1/2}$. El extremo pequeño se localiza en x_1 = 25 mm y el grande en x_2 = 125 mm. Las temperaturas de los extremos son T_1 = 600 K y T_2 = 400 K, mientras que la superficie lateral está bien aislada.



(a) Derive una expresión para la distribución de temperaturas $T(x)$ en forma simbólica, suponiendo condiciones unidimensionales. Dibuje la distribución de temperaturas.

(b) Calcule la transferencia de calor q_x.

3.27 Un cono truncado sólido tiene sección transversal circular, y su diámetro está relacionado con la coordenada axial mediante una expresión de la forma $D = ax^{3/2}$ donde a = 1.0 m$^{-1/2}$. Los lados están bien aislados, mientras la superficie superior del cono en x_1 se mantiene a T_1, y la superficie inferior en x_2 se conserva a T_2.



(a) Obtenga una expresión para la distribución de temperaturas $T(x)$.

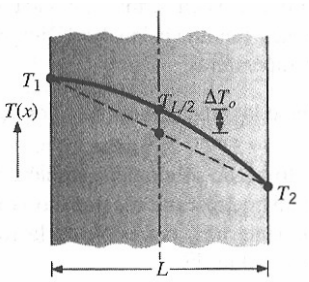
(b) ¿Cuál es la transferencia de calor a través del cono si se construye de aluminio puro con x_1 = 0.075 m. T_1 = 100°C, x_2 = 0.225 m y T_2 = 20°C?

3.28 De la figura 2.5 es evidente que, en un amplio rango de temperaturas, la dependencia con respecto a la temperatura de la conductividad térmica de muchos sólidos se aproxima mediante una expresión lineal de la forma $k = k_o + aT$, donde k_o es una constante positiva y a es un coeficiente que puede ser positivo o negativo. Obtenga una expresión para el flujo de calor a través de una pared plana cuyas superficies interna y externa se mantienen a T_0 y T_1, respectivamente. Dibuje las formas de la distribución de temperaturas correspondientes a $a > 0$, $a = 0$ y $a < 0$.

3.29 Considere la pared de un tubo de radios interno y externo r_i y r_o, respectivamente. La conductividad térmica del cilindro depende de la temperatura y se representa me-

diante una expresión de la forma $k = k_o(1 + aT)$, donde k_o y a son constantes. Obtenga una expresión para la transferencia de calor por unidad de longitud del tubo. Cuál es la resistencia térmica de la pared del tubo?

3.30 Ciertas mediciones muestran que la conducción de estado estable a través de una pared plana sin generación de calor produjeron una distribución de temperaturas convexa tal que la temperatura del punto medio fue ΔT_o más alta que la esperada para una distribución lineal de temperaturas.



Suponiendo que la conductividad térmica tiene una dependencia lineal de la temperatura, $k = k_o(1 + \alpha T)$, donde α es una constante, desarrolle una relación para evaluar α en términos de ΔT_o, T_1 y T_2.

3.31 Use el método de análisis de conducción alternativo para derivar la expresión de la resistencia térmica de un cilindro hueco de conductividad térmica k, radios interno y externo r_i y r_o, respectivamente, y longitud L.

Pared cilíndrica

3.32 Una tubería de vapor de 0.12 m de diámetro exterior se aísla con una capa de silicato de calcio.

(a) Si el aislante tiene 20 mm de espesor y las superficies interna y externa se mantienen a $T_{s,1}$ = 800 K y $T_{s,2}$ = 490 K, respectivamente, ¿cuál es la pérdida de calor por unidad de longitud (q') de la tubería?

(b) Deseamos explorar el efecto del espesor de aislante sobre la pérdida de calor q' y la temperatura de la superficie externa $T_{s,2}$ con la temperatura de la superficie interna fija a $T_{s,1}$ = 800 K. La superficie externa se expone a un flujo de aire (T_∞ = 25 °C) que mantiene un coeficiente de convección de h = 25 W/m^2·K y a grandes alrededores para los que $T_{alr} = T_\infty$ = 25 °C. La emisividad de la superficie de silicato de calcio es aproximadamente 0.8. Calcule y dibuje la distribución de temperaturas en el aislante como función de la coordenada radial adimensional $(r - r_1)/(r_2 - r_1)$, donde r_1 = 0.06 m y r_2 es una variable ($0.06 \le r_2 \le 0.20$ m). Calcule y dibuje la pérdida de calor como función del espesor del aislante para $0 \le (r_2 - r_1) \le 0.14$ m.

3.33 Considere el calentador de agua que se describe en el problema 1.29. Deseamos ahora determinar la energía necesaria para compensar las pérdidas de calor que ocurren mientras el agua está almacenada a la temperatura establecida de 55°C. El tanque cilíndrico de almacenamiento (con extremos planos) tiene una capacidad de 100 galones, y se usa uretano en espuma para aislar las paredes lateral y de los extremos del aire ambiental a una temperatura promedio anual de 20°C. La resistencia a la transferencia de calor está dominada por la conducción en el aislante y por la convección libre en el aire, para el que $h \approx 2$ W/m^2·K. Si se usa calentamiento por resistencia eléctrica para compensar las pérdidas y el costo de la potencia eléctrica es \$0.08/kWh, especifique las dimensiones del tanque y del aislante para las que los costos anuales asociados con las pérdidas de calor son menores de \$50.

3.34 Un calentador eléctrico delgado envuelve la superficie externa de un tubo cilíndrico largo cuya superficie interna se mantiene a una temperatura de 5°C. La pared del tubo tiene radios interno y externo de 25 y 75 mm, respectivamente, y una conductividad térmica de 10 W/m·K. La resistencia térmica de contacto entre el calentador y la superficie externa del tubo (por unidad de longitud de tubo) es $R''_{t,c}$ = 0.01 m·K/W. La superficie externa del calentador se expone a un fluido con T_∞ = -10°C y un coeficiente

de convección h = 100 W/m^2·K. Determine la potencia de calentamiento por unidad de tubo que se requiere para mantener el calentador a T_o = 25°C.

3.35 En el problema anterior, la potencia eléctrica que se requiere para mantener el calentador a T_o = 25°C depende de la conductividad térmica del material de la pared k, la resistencia térmica de contacto $R'_{t,c}$ y el coeficiente de convección h. Calcule y dibuje por separado el efecto de cambios en k (1 ≤ k ≤ 200 W/m·K), $R'_{t,c}$ (0 ≤ $R'_{t,c}$ ≤ 0.1 m·K/W) y h (10 ≤ h ≤ 1000 W/m^2·K) sobre el requerimiento de potencia total del calentador, así como la transferencia de calor a la superficie interna del tubo y al fluido.

3.36 Uretano (k = 0.026 W/m·K) se usa para aislar la pared lateral y las partes superior e inferior de un tanque cilíndrico de agua caliente. El aislante tiene 40 mm de espesor y se intercala entre láminas de metal de pared delgada. La altura y el diámetro interior del tanque son 2 m y 0.80 m, respectivamente, y el tanque está expuesto al aire del ambiente para el que T_∞ = 10°C y h = 10 W/m^2·K. Si el agua caliente mantiene la superficie interna a 55°C y el costo de la energía asciende a $0.15/kWh, ¿cuál es el costo diario para mantener el agua almacenada?

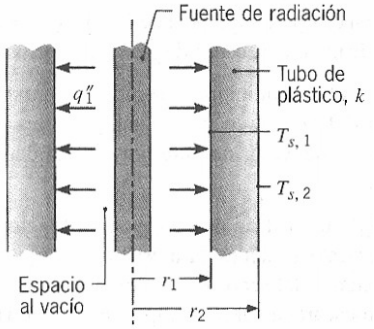
3.37 Un calentador eléctrico delgado se inserta entre una varilla circular larga y un tubo concéntrico con radios interior y exterior de 20 y 40 mm. La varilla A tiene una conductividad térmica de k_A = 0.15 W/m·K, mientras el tubo B tiene una conductividad térmica de k_B = 1.5 W/m·K; la superficie externa está sujeta a convección con un fluido de temperatura T_∞ = -15°C y el coeficiente de transferencia de calor de 50 W/m^2·K. La resistencia térmica de contacto entre las superficies del cilindro y el calentador es insignificante.

(a) Determine la potencia eléctrica por unidad de longitud de los cilindros (W/m) que se requieren para mantener la superficie externa del cilindro B a 5 °C.

(b) ¿Cuál es la temperatura en el centro del cilindro A?

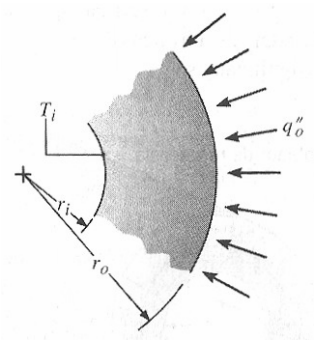
3.38 Una larga varilla cilíndrica de 100 mm de radio está hecha de un material de reacción nuclear (k = 0.5 W/m·K) que genera 24,000 W/m^3 de manera uniforme a lo largo de su volumen. Esta varilla está encapsulada dentro de un tubo que tiene un radio externo de 200 mm y una conductividad térmica de 4 W/m·K. La superficie externa está rodeada por un fluido a 100°C, y el coeficiente de convección entre la superficie y el fluido es 20 W/m^2·K. Encuentre las temperaturas en la interfaz entre los dos cilindros y la superficie externa.

3.39 Un recubrimiento especial, que se aplica a la superficie interior de un tubo de plástico, se cura colocando una fuente de calor por radiación cilíndrica dentro del tubo. El espacio entre el tubo y la fuente se vacía, y la fuente entrega un flujo de calor uniforme q''_1, que se absorbe en la superficie interna del tubo. La superficie externa del tubo se mantiene a una temperatura uniforme, $T_{s,2}$



Desarrolle una expresión para la distribución de temperaturas $T(r)$ en la pared del tubo en términos de q''_1, $T_{s,2}$, r_1, r_2 y k. Si los radios interior y exterior del tubo son r_1 = 25 mm y r_2 = 38 mm, ¿cuál es la potencia que se requiere por unidad de longitud de la fuente de radiación para mantener la superficie interna a $T_{s,1}$ = 25°C? La conductividad de la pared del tubo es k = 10 W/m·K.

3.40 Considere un cilindro hueco largo de conductividad térmica k con radios interior y exterior r_i y r_o, respectivamente. La temperatura de la superficie interna se mantiene a T_i mientras que la superficie externa experimenta un flujo de calor uniforme q_o''.



(a) Comenzando con la forma apropiada de la ecuación de difusión de calor, derive una expresión para la distribución de temperatura, $T(r)$, en términos de r_i, r_o, k, T_i y q_o''.

(b) Dibuje la distribución de temperaturas en coordenadas T–r.

(c) Escriba una expresión para la transferencia de calor por unidad de longitud del cilindro en la superficie interna, $q_o'(r_i)$, en términos de q_o'' y los parámetros de la geometría del cilindro.

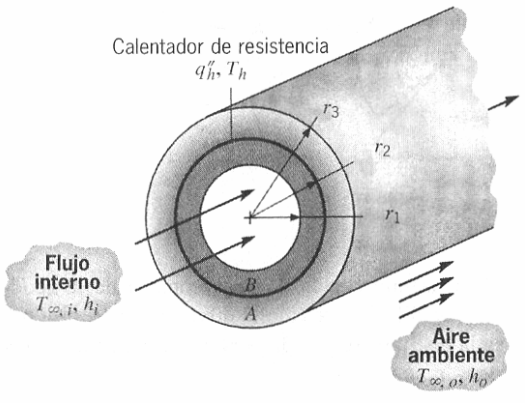
3.41 La sección del evaporador de una unidad de refrigeración consiste en tubos de pared delgada de 10 mm de diámetro a través de los que pasa el fluido refrigerante a una temperatura de -18°C. Se enfría aire conforme fluye sobre los tubos, manteniendo un coeficiente de convección de superficie de 100 W/m^2·K, y en seguida se dirige a la sección del refrigerador.

(a) Para las condiciones precedentes y una temperatura del aire de -3°C. ¿cuál es la rapidez a la que se extrae calor del aire por unidad de longitud del tubo?

(b) Si la unidad de descongelación funciona mal, lentamente se acumulará escarcha sobre la superficie externa del tubo. Evalúe el efecto de la formación de escarcha sobre la capacidad de enfriamiento de un tubo para espesores de la capa de escarcha en el rango $0 \le \delta \le 4$ mm. Se supone que la escarcha tiene una conductividad térmica de 0.4 W/m·K.

(c) Se desconecta el refrigerador después de que falla la unidad de descongelamiento y de que se ha formado una capa de escarcha de 2 mm de grosor. Si los tubos están en aire ambiente para el que T_∞ = 20°C y una convección natural mantiene un coeficiente de convección de 2 W/m^2·K, ¿cuánto tiempo tardará la escarcha en derretirse? Se supone que la escarcha tiene una densidad de 700 kg/m^3 y una entalpía de fusión de 334 kJ/kg.

3.42 Una pared cilíndrica está compuesta por dos materiales de conductividad térmica k_A y k_B, separados por un calentador de resistencia eléctrica muy delgado para el cual las resistencias térmicas de contacto de las interfases son insignificantes. Un líquido que se bombea a través del tubo está a una temperatura $T_{\infty,i}$ y proporciona un coeficiente de convección de h_i en la superficie interna del compuesto. La superficie externa se expone al aire ambiente, el cual está a $T_{\infty,o}$ y proporciona un coeficiente de convección de h_o. En condiciones de estado estable, el calentador disipa un flujo de calor uniforme q_h''.



(a) Dibuje el circuito térmico equivalente del sistema y exprese todas las resistencias en términos de variables relevantes.

(b) Obtenga una expresión que sirva para determinar la temperatura del calentador, T_h.

(c) Obtenga una expresión para la razón de los flujos de calor a los fluidos externo e interno, q'_o/q'_i. ¿Cómo ajustar las variables del problema para minimizar esta razón?

3.43 Un alambre eléctrico que tiene un radio de r_i = 5 mm y una resistencia por unidad de longitud de 10^{-4} Ω/m, se cubre con un aislante plástico de conductividad térmica k = 0.20 W/m·K. El aislante se expone al aire del ambiente para el que T_∞ = 300 K y h = 10 W/m^2·K. Si el aislante tiene una temperatura máxima permisible de 450 K, ¿cuál es la corriente máxima posible que se puede hacer pasar por el alambre?

3.44 Una corriente eléctrica de 700 A fluye a través de un cable de acero inoxidable que tiene un diámetro de 5 mm y una resistencia eléctrica de 6×10^{-4} Ω/m (por metro de longitud de cable). El cable está en un medio que tiene una temperatura de 30°C, y el coeficiente total asociado con la convección y la radiación entre el cable y el medio es aproximadamente 25 W/m^2·K.

(a) Si el cable está expuesto, ¿cuál es la temperatura de la superficie?

(b) Si se aplica un recubrimiento muy delgado de aislante eléctrico al cable, con una resistencia de contacto de 0.02 m^2·K/W, ¿cuáles son las temperaturas superficiales del aislante y del cable?

(c) Hay cierta preocupación sobre la capacidad del aislante para resistir temperaturas elevadas. ¿Cuál espesor de este aislante (k = 0.5 W/m·K) dará el valor más bajo de la temperatura máxima del aislante? ¿Cuál es el valor de la temperatura máxima cuando se usa dicho espesor?

3.45 Un tubo de acero de pared delgada de 0.20 m de diámetro se utiliza para transportar vapor saturado a una presión de 20 bar en un cuarto para el que la temperatura del aire es 25°C y el coeficiente de transferencia de calor en la superficie externa del tubo es 20 W/m^2·K.

(a) ¿Cuál es la pérdida de calor por unidad de longitud del tubo expuesto (sin aislante)? Estime la pérdida de calor por unidad de longitud si se agrega una capa de 50 mm de aislante (óxido de magnesio, 85%). Suponga que el acero y el óxido de magnesio tiene cada uno una emisividad de 0.8, y no tome en cuenta la resistencia de convección del lado del vapor.

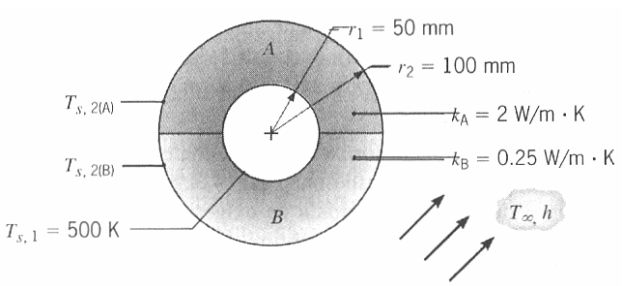
(b) Se sabe que el costo asociado con la generación del vapor y la instalación del aislante son \$4/10^9 J y \$100/m de longitud de tubo, respectivamente. Si la línea de vapor operara 7500 h/año, ¿cuántos años se necesitan para recuperar la inversión inicial en aislante?

3.46 A través de un tubo de acero (AISI 1010), de 60 mm de diámetro interior y 75 mm de diámetro exterior, fluye vapor a una temperatura de 250°C. El coeficiente de convección entre el vapor y la superficie interna del tubo es 500 W/m^2·K, mientras que entre la superficie externa del tubo y los alrededores es 25 W/m^2·K. La emisividad del tubo es 0.8, y la temperatura del aire y los alrededores es 20°C. ¿Cuál es la pérdida de calor por unidad de longitud de tubo?

3.47 Deseamos determinar el efecto de agregar una capa aislante de óxido de magnesio al tubo de vapor del problema anterior. Suponga que el coeficiente de convección en la superficie externa del aislante permanece a 25 W/m^2·K, y que la emisividad es ε = 0.8. Determine y trace la pérdida de calor por unidad de longitud de tubo y la temperatura de la superficie externa como función del espesor del aislante. Si el costo de generación del vapor es \$4/10^9 J y la línea de vapor opera 7000 h/año, recomiende un espesor de aislante y determine el ahorro anual correspondiente en costos de energía. Elabore una gráfica de la distribución de temperaturas para el espesor recomendado.

3.48 Un tubo de pared delgada de 100 mm de diámetro sin aislar se usa para transportar agua a equipo que opera en el exterior y utiliza el agua como refrigerante. En condiciones de invierno particularmente adversas la pared del tubo alcanza una temperatura de -15ºC y se forma una capa cilíndrica de hielo sobre la superficie interna de la pared. Si la temperatura media del agua es 3°C y se mantiene un coeficiente de convección de 2000 W/m^2·K en la superficie interna del hielo, que está a 0°C, ¿cuál es el espesor de la capa de hielo?

3.49 El vapor que fluye a través de un tubo largo de pared delgada mantiene la pared del tubo a una temperatura uniforme de 500 K. El tubo está cubierto con una manta aislante compuesta con dos materiales diferentes, A y B. Se supone que la interfaz entre los dos materiales tiene una resistencia de contacto infinita, y que toda la superficie externa está expuesta al aire, para el cual T_∞ = 300 K y h = 25 W/m^2·K.



(a) Dibuje el circuito térmico del sistema. Usando los símbolos precedentes, marque todos los nodos y resistencias pertinentes.

(b) Para las condiciones que se establecen, ¿cuál es la pérdida total de calor del tubo? ¿Cuáles son las temperaturas de la superficie externa $T_{s,2(A)}$ y $T_{s,2(B)}$?

3.50 Un recubrimiento de baquelita se usará con una varilla conductora de 10 mm de diámetro, cuya superficie se mantiene a 200°C mediante el paso de una corriente eléctrica. La varilla está en un fluido a 25°C, y el coeficiente de convección es 140 W/m^2·K. ¿Cuál es el radio critico asociado con el recubrimiento? ¿Cuál es la transferencia de calor por unidad de longitud para la varilla desnuda y para la varilla con un recubrimiento de baquelita que corresponde al radio crítico? ¿Cuánta baquelita debe agregarse para reducir en 25% la transferencia de calor asociada con la varilla desnuda?

Pared esférica

3.51 Un tanque de almacenamiento consiste en una sección cilíndrica que tiene una longitud y diámetro interior de L = 2 m y D_i = 1 m, respectivamente, y dos secciones extremas hemisféricas. El tanque se construye de vidrio (Pyrex) de 20 mm de espesor y se expone al aire del ambiente para el que la temperatura es 300 K y el coeficiente de convección es 10 W/m^2·K. El tanque se utiliza para almacenar aceite caliente, que mantiene la superficie interior a una temperatura de 400 K. Determine la potencia eléctrica que debe suministrarse al calentador sumergido en el aceite para mantener las condiciones establecidas. Deje de lado los efectos de radiación y suponga que el Pyrex tiene una conductividad térmica de 1.4 W/m·K.

3.52 Considere el sistema de almacenamiento de oxígeno líquido y las condiciones ambientales del laboratorio del problema 1.35. Para reducir la pérdida de oxígeno debida a la vaporización debe aplicarse una capa de aislante a la superficie externa el contenedor. Considere el uso de un aislante de hoja de aluminio laminado/vidrio mate, para el que la conductividad térmica y la emisividad superficial son k = 0.00016 W/m·K y ε = 0.20, respectivamente.

(a) Si el contenedor se cubre con una capa de aislante de 10 mm de espesor, ¿cuál es el porcentaje de reducción en la pérdida de oxígeno en relación con el contenedor sin recubrimiento?

(b) Calcule y trace la masa de evaporación (kg/s) como función del espesor del aislante

t para $0 \le t \le 50$ mm.

3.53 En el ejemplo 3.4, se derivó una expresión para el radio crítico de aislamiento de un tubo cilíndrico aislado. Derive la expresión apropiada para una esfera aislada.

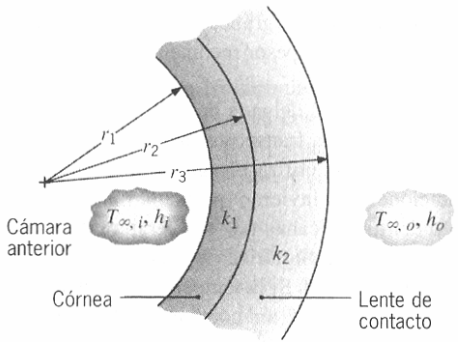
3.54 Una esfera hueca de aluminio, con un calentador eléctrico en el centro, se utiliza en pruebas para determinar la conductividad térmica de materiales aislantes. Los radios interior y exterior de la esfera son 0.15 y 0.18 m, respectivamente, y la prueba se hace en condiciones de estado estable, en las que la superficie interna del aluminio se mantiene a 250°C. En una prueba particular, una capa esférica de aislante se funde sobre la superficie externa de la esfera y alcanza un espesor de 0.12 m. El sistema está en un cuarto para el que la temperatura del aire es 20°C, y el coeficiente de convección en la superficie externa del aislante es 30 W/m^2·K. Si se disipan 80 W por el calentador bajo condiciones de estado estable, ¿cuál es la conductividad térmica del aislante?

3.55 Un tanque esférico para almacenar oxígeno líquido en un transbordador espacial se construye de acero inoxidable de 0.80 m de diámetro exterior y una pared de 5 mm de espesor. El punto de ebullición y la entalpía de fusión del oxígeno líquido son 90 K y 213 kJ/kg, respectivamente. El tanque se instalará en un compartimiento grande cuya temperatura se mantendrá a 240 K. Diseñe un sistema de aislamiento térmico que mantenga las pérdidas de oxígeno debidas a la ebullición por debajo de 1 kg/día.

3.56 Una sonda esférica crioquirúrgica se incrusta en tejido enfermo con el propósito de congelarlo y, por tanto, destruirlo. Considere una sonda de 3 mm de diámetro cuya superficie se mantiene a -30°C cuando se incrusta en tejido que está a 37°C. Una capa esférica de tejido congelado se forma alrededor de la sombra, con una temperatura de 0°C en la fase frontal (interfaz) entre el tejido normal y el congelado. Si la conductividad térmica del tejido congelado es aproximadamente 1.5 W/m·K y la transferencia de calor en la fase frontal se caracteriza por un coeficiente de convección efectivo de 50 W/m^2·K, ¿cuál es el espesor de la capa del tejido congelado?

3.57 Una capa esférica compuesta de radio interior $r_1 = 0.25$ m se construye de plomo de radio exterior $r_2 = 0.30$ m y acero inoxidable AISI 302 de radio exterior $r_3 = 0.31$ m. La cavidad se llena de desechos radioactivos que generan calor a una razón de $\dot{q} = 5\times10^5$ W/m^3. Se propone sumergir el contenedor en aguas oceánicas que están a una temperatura de $T_\infty = 10$°C y que proporcionan un coeficiente de convección uniforme $h = 500$ W/m^2·K en la superficie externa del contenedor. ¿Hay algún problema asociado con esta propuesta?

3.58 Como una alternativa para almacenar materiales radioactivos en aguas oceánicas, se propone que el sistema del problema 3.57 se coloque en un tanque grande en el cual se controle el flujo de agua y, por consiguiente, el coeficiente de convección h. Calcule y trace la temperatura máxima del plomo, $T(r_1)$, como función de h para $100 \le h \le 1000$ W/m^2·K. Si la temperatura del plomo no deberá exceder 500 K, ¿cuál es el valor mínimo permisible de h? Para mejorar la seguridad del sistema, es deseable aumentar el espesor de la capa de acero inoxidable. Para $h = 300$, 500 y 1000 W/m^2·K, calcule y trace la temperatura máxima del plomo como función del espesor de la capa para $r_3 \ge 0.30$ m. ¿Cuáles son los valores correspondientes del espesor máximo permisible?



3.59 La energía que se transfiere de la cámara anterior del ojo a través de la córnea varía considerablemente dependiendo del uso de un lente de contacto. Trate al ojo como un sistema esférico y suponga que el sistema se encuentra en estado

estable. El coeficiente de convección h_o se mantiene inalterable con y sin el lente de contacto en su sitio. La córnea y el lente cubren un tercio del área de la superficie esférica. Los valores de los parámetros que representan esta situación son los siguientes:

$r_1 = 10.2$ mm $\quad r_2 = 12.7$ mm
$r_3 = 16.5$ mm
$T_{\infty, i} = 37°C \quad T_{\infty, o} = 21°C$
$k_1 = 0.35$ W/m·K $\quad k_2 = 0.80$ W/m·K
$h_i = 12$ W/m^2·K $\quad h_o = 6$ W/m^2·K

(a) Construya los circuitos térmicos, marcando todos los potenciales y flujos para los sistemas excluyendo e incluyendo los lentes de contacto. Escriba los elementos de resistencia en términos de parámetros apropiados.

(b) Determine la pérdida de calor de la cámara anterior con los lentes de contacto y sin ellos.

(c) Discuta la implicación de los resultados.

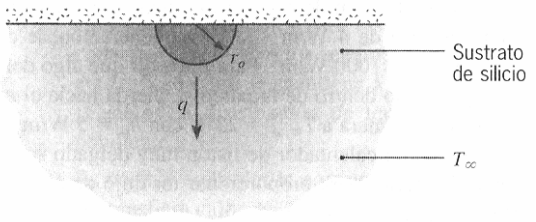
3.60 La superficie externa de una esfera hueca de radio r_2 se sujeta a un flujo de calor uniforme q_2''. La superficie interna en r_1 se conserva a una temperatura constante $T_{s, 1}$.

(a) Desarrolle una expresión para la distribución de temperaturas $T(r)$ en la pared de la esfera en términos de q_2'', $T_{s, 1}$, r_1, r_2, y la conductividad térmica del material de la pared k.

(b) Si los radios interno y externo son $r_1 = 50$ mm y $r_2 = 100$ mm, ¿qué flujo de calor q_2'' se requiere para mantener la superficie externa a $T_{s, 2} = 50$ºC, mientras que la superficie interna está a $T_{s, 1} = 20°C$? La conductividad térmica del material de la pared es $k = 10$ W/m·K.

3.61 Una capa esférica de radios interior y exterior r_i y r_o respectivamente, se llena con un material generador de calor que proporciona una rapidez de generación volumétrica uniforme (W/m^3) de $\dot{q}$. La superficie externa de la capa se expone a un fluido que tiene una temperatura T_∞, y un coeficiente de convección h. Obtenga una expresión para la distribución de temperaturas de estado estable T(r) en la capa, y exprese los resultados en términos de r_i, r_o, $\dot{q}$, h, T_∞, y la conductividad térmica k del material de la capa.

3.62 Un transistor, que se aproxima como una fuente de calor hemisférica de radio r_o = 0.1 mm, se empotra en un sustrato de silicio grande (k = 125 W/m·K) y disipa calor a una velocidad q. Todas las fronteras del silicio se mantienen a una temperatura ambiente de $T_\infty = 27°C$, excepto para una superficie plana que está bien aislada.



Obtenga una expresión general para la distribución de temperaturas del sustrato y evalúe la temperatura superficial de la fuente de calor para $q = 4$ W.

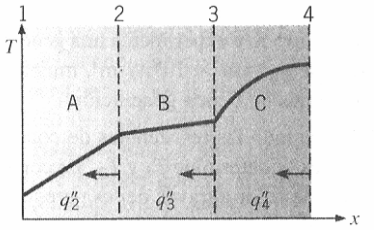
3.63 Una modalidad para destruir tejido maligno implica incrustar una pequeña fuente de calor esférica de radio r_o dentro del tejido y mantener temperaturas locales por arriba de un valor crítico T_c por un periodo extenso. Suponga que el tejido que se extirpa de la fuente permanece a la temperatura normal del cuerpo ($T_b = 37°C$). Obtenga una expresión general para la distribución radial de temperaturas en el tejido bajo condiciones de

estado estable en las que se disipa calor a una velocidad q. Si r_o = 0.5 mm, ¿qué transferencia de calor debe suministrarse para mantener una temperatura del tejido de $T \geq T_c$ = 42°C en el dominio $0.5 \leq r \leq 5$ mm? La conductividad térmica del tejido es aproximadamente 0.5 W/m·K.

Conducción con generación interna de calor

3.64 Considere corazas cilíndricas y esféricas con superficies interior y exterior en r_1 y r_2 que se mantienen a temperaturas uniformes $T_{s,1}$ y $T_{s,2}$, respectivamente. Si hay generación uniforme de calor dentro de las corazas, obtenga expresiones para las distribuciones radiales unidimensionales de la temperatura, flujo de calor y transferencia de calor, compare sus resultados con los que se resumen en el apéndice C.

3.65 La distribución de temperaturas de estado estable en una pared plana compuesta con tres diferentes materiales, cada uno de conductividad térmica constante, se muestra a continuación.



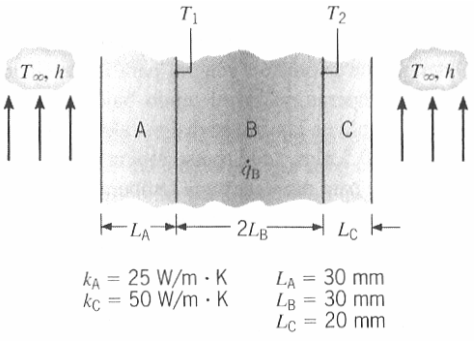
(a) Comente las magnitudes relativas de q''_2 y q''_3 y de q''_3 y q''_4.

(b) Haga comentarios sobre las magnitudes relativas de k_A y k_B y de k_B y k_C.

(c) Dibuje el flujo de calor como función de x.

3.66 Una pared plana de espesor 0.1 m y conductividad térmica 25 W/m·K, con una generación de calor volumétrica uniforme de 0.3 MW/m^3, se aísla en uno de sus lados mientras que el otro lado se expone a un fluido a 92°C. El coeficiente de transferencia de calor por convección entre la pared y el fluido es 500 W/m^2·K. Determine la temperatura máxima en la pared.

3.67 Considere la conducción unidimensional en una pared plana compuesta. Las superficies externas se exponen a un fluido a 25°C y un coeficiente de transferencia de calor de 1000 W/m^2·K. La pared intermedia B experimenta una generación uniforme de calor $\dot{q}_B$, mientras que no hay generación en las paredes A y C. Las temperaturas en las interfases son T_1 = 261°C y T_2 = 211°C.



(a) Suponiendo una resistencia de contacto insignificante en las interfases, determine la generación volumétrica de calor $\dot{q}_B$ y la conductividad térmica k_B.

(b) Elabore una gráfica de la distribución de temperaturas mostrando sus características importantes.

(c) Considere condiciones que correspondan a una *pérdida de refrigerante* en la superficie expuesta de material A (h = 0). Determine T_1 y T_2 y elabore una gráfica de la distribución de temperaturas a través del sistema.

3.68 Considere la pared plana compuesta del problema 3.67 sujeta a las mismas condiciones de convección. La pared intermedia tiene una conductividad térmica de k_B = 15 W/m·K y experimenta una generación de calor uniforme de $\dot{q}_B = 4\times10^6$ W/m^3, mientras que las paredes externas no tienen generación.

(a) Deje de lado las resistencias de contacto en las interfaces, y determine T_1 y T_2, así como también los flujos de calor a través de las paredes A y C.

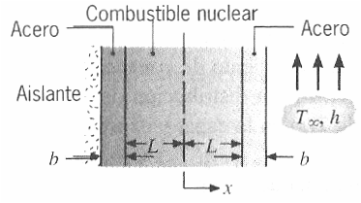
(b) Considere condiciones para las que existen resistencias de contacto de 0.0025 y 0.001 m^2·K/W en las interfases A/B y B/C, respectivamente. Determine T_1 y T_2, y dibuje la distribución de temperaturas.

3.69 Cuando pasa una corriente eléctrica I, una barra colectora de cobre de sección transversal rectangular (6 mm×150 mm) experimenta una generación uniforme de calor a una razón $\dot{q}$ (W/m^3) dada por $\dot{q} = aI^2$, donde a = 0.015 W/m^3·A^2. Si la barra está en aire ambiental con h = 5 W/m^2·K y su temperatura máxima no excede la del aire en más de 30°C, ¿cuál es la capacidad de corriente permisible para la barra colectora?

3.70 Un material semiconductor de conductividad térmica k = 2 W/m·K y resistividad eléctrica $\rho_e = 2\times10^{-5}$ Ω·m, se usa para fabricar una varilla cilíndrica de 10 mm de diámetro y 40 mm de longitud. La superficie longitudinal de la varilla está bien aislada, mientras que los extremos se mantienen a temperaturas de 100 y 0°C. Si la varilla conduce una corriente de 10 A, ¿cuál es la temperatura del centro? ¿Cuál es la transferencia de calor en cada uno de los extremos?

3.71 El desempañante de la ventana posterior de un automóvil consiste en alambres de alta resistencia distribuidos de manera uniforme moldeados en el vidrio. Cuando se aplica potencia a los alambres se supone que ocurre una generación de calor uniforme por la parte interior de la ventana. Durante la operación, el calor que se genera se transfiere por convección de las superficies interior y exterior de la ventana. Sin embargo. debido a los efectos de la velocidad del vehículo y los vientos atmosféricos, el coeficiente de convección del lado interior más caliente h_i es menor que el del lado exterior h_o. En el mismo sistema coordenado, dibuje la distribución de temperaturas de estado estable que existiría en el vidrio antes de que el desempañante se conecte y después de que ha estado conectado por algún tiempo.

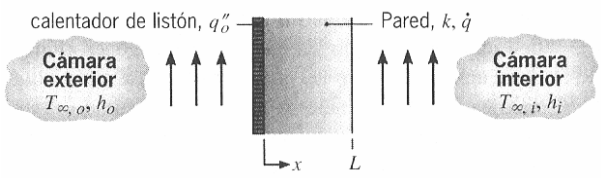
3.72 Un elemento de combustible nuclear de espesor 2L se cubre con un encamisado de acero de espesor b. El calor generado dentro del combustible nuclear a una razón $\dot{q}$ se elimina por un fluido a T_∞, que está contiguo a una superficie y se caracteriza por un coeficiente de convección h. La otra superficie está bien aislada, y el combustible y el acero tienen conductividades térmicas de k_f y k_s, respectivamente.



(a) Obtenga una ecuación para la distribución de temperaturas $T(x)$ en el combustible nuclear. Exprese sus resultados en términos de $\dot{q}$, k_f, L, b, k_s, h y T_∞.

(b) Dibuje la distribución de temperaturas $T(x)$ para el sistema completo.

3.73 El aire *dentro* de una cámara a $T_{\infty,\,i}$ = 50°C se calienta convectivamente con h_i = 20 W/m^2·K mediante una pared de 200 mm de espesor que tiene una conductividad térmica de 4 W/m·K y una generación de calor uniforme de 1000 W/m^3. Para prevenir que algo del calor generado dentro de la pared se pierda hacia el *exterior* de la cámara a $T_{\infty,\,o}$ = 25°C con h_o = 5 W/m^2·K, se coloca un calentador de listón muy delgado sobre la pared exterior para proporcionar un flujo de calor uniforme, q_o''.



(a) Dibuje la distribución de temperaturas en la pared en coordenadas T–x para la condición donde no se pierde nada del calor generado dentro de la pared hacia el *exterior* de la cámara.

(b) ¿Cuáles son las temperaturas en los límites de las paredes, $T(0)$ y $T(L)$, para las condiciones de la parte(a)?

(c) Determine el valor de q_o'' que debe suministrar el calentador de listón de modo que todo el calor generado dentro de la pared se transfiera al *interior* de la cámara.

(d) Si la generación de calor en la pared se cortara mientras el flujo de calor al calentador de listón permanece constante, ¿cuál sería la temperatura de estado estable, $T(0)$, de la superficie de la pared exterior?

3.74 En el problema anterior, el calentador de listón actúa a manera de *protección* contra las pérdidas de calor hacia el exterior, y el flujo de calor que se requiere, q_o'', depende de las condiciones de operación de la cámara como $\dot{q}$ y $T_{\infty,i}$. Como primer paso en el diseño de un controlador para el calentador de protección, calcule y trace $\dot{q}$ y $T(0)$ como función de $\dot{q}$ para $200 \leq \dot{q} \leq 2000$ W/m^3 y $T_{\infty,i} = 30$, 50, y 70 °C.

3.75 Se hace pasar una corriente eléctrica I a través de un alambre metálico delgado de diámetro D y conductividades térmica y eléctrica k y σ, respectivamente. Sobre el alambre fluye aire a T_∞, con lo que se mantiene un coeficiente de transferencia de calor por convección h.

(a) Comenzando con un volumen de control diferencial, derive la ecuación diferencial que gobierna la distribución de temperaturas $T(x)$ en el alambre.

(b) Comenzando con una transformación apropiada de la variable dependiente, muestre que la solución general es de la forma

$$T(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} + T_\infty + \frac{4I^2}{\pi^2 \sigma h D^3}$$

donde $m = (4h/kD)^{1/2}$.

(e) Considere condiciones para las que el alambre se conecta a dos electrodos separados por una distancia L y cada uno se mantiene a la temperatura T_E. ¿Cuál es la distribución de temperaturas correspondiente?

(d)Es posible controlar la corriente I de modo que no se transfiera calor del alambre a los electrodos. Obtenga una expresión para esta corriente en términos de σ, D, h, T_E y T_∞.

3.76 La superficie expuesta ($x = 0$) de una pared plana de conductividad térmica k está sujeta a radiación de microondas que ocasiona que el calentamiento volumétrico varíe como $\dot{q}(x) = \dot{q}_o\left[1-(x/L)\right]$ donde $\dot{q}_o$ (W/m^3) es una constante. La frontera en $x = L$ está bien aislada, mientras que la superficie expuesta se mantiene a una temperatura constante T_o. Determine la distribución de temperaturas $T(x)$ en términos de x, L, k, $\dot{q}_o$ y T_o.

3.77 Considere una pared plana de espesor L, que actúa como protección para un reactor nuclear. La superficie interna ($x = 0$) recibe radiación gama que se absorbe parcialmente dentro de la coraza y tiene el efecto de una fuente de calor distribuida internamente. En particular, se genera calor por unidad de volumen dentro de la coraza de acuerdo con la relación $\dot{q}(x) = q_o''\alpha \exp(-\alpha x)$ donde q_o'' es el flujo de radiación incidente y α es una propiedad (coeficiente de absorción) del material de la coraza.

(a) Si las superficies interna ($x = 0$) y externa ($x = L$) de la coraza se mantienen a temperaturas T_1 y T_2, respectivamente, ¿cuál es la forma de la distribución de temperaturas dentro de la coraza?

(b) Obtenga una expresión que sirva para determinar la posición x en la coraza para la cual la temperatura es un máximo.

3.78 Una ventana de cuarzo de espesor L sirve como portilla de observación en un horno que se usa para recocer acero. La superficie interior ($x = 0$) de la ventana se irradia con un flujo de calor uniforme q''_o, debido a la emisión de gases calientes en el horno. Una fracción, β, de esta radiación se supone que se absorbe en la superficie interna, mientras que la radiación restante se absorbe parcialmente conforme pasa a través del cuarzo. La generación volumétrica de calor debido a esta absorción se describe mediante una expresión de la forma $\dot{q}(x) = (1-\beta)q''_o\alpha \exp(-\alpha x)$, donde α es el coeficiente de absorción del cuarzo.

Ocurre una transferencia de calor por convección desde la superficie exterior ($x = L$) de la ventana hacia el aire ambiental a T∞ y se caracteriza por el coeficiente de convección h. La convección y emisión por radiación de la superficie interior no se toman en cuenta, junto con la emisión de radiación desde la superficie externa. Determine la distribución de temperaturas en el cuarzo y exprese los resultados en términos de los parámetros precedentes.

3.79 Un cable de cobre de 30 mm de diámetro tiene una resistencia eléctrica de 5×10^{-3} Ω/m y se usa para conducir una corriente eléctrica de 250 A. El cable se expone al aire del ambiente a 20°C, y el coeficiente de convección asociado es 25 W/m^2·K. ¿Cuáles son las temperaturas de la superficie y de la línea central del cobre?

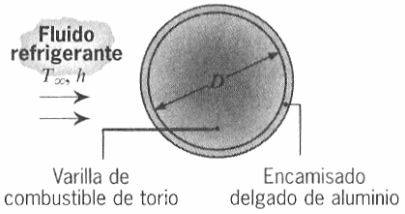
3.80 Para las condiciones que se describen en el problema 1.32, determine la distribución de temperaturas, $T(r)$, en el contenedor; exprese el resultado en términos de $\dot{q}_o$, r_o, T_∞, h, y la conductividad térmica k de los desechos radioactivos.

3.81 Una capa cilíndrica de radios interior y exterior, r_i y r_o, respectivamente, se llena con un material generador de calor que proporciona una rapidez de generación volumétrica uniforme (W/m^3) de $\dot{q}$. La superficie interna está aislada, mientras que la superficie externa de la capa se expone a un fluido a T_∞ y con un coeficiente de convección h.

(a) Obtenga una expresión para la distribución de temperaturas de estado estable, $T(r)$, en la capa; exprese los resultados en términos de r_i, r_o, $\dot{q}$, h, T_∞ y la conductividad térmica k del material de la capa.

(b) Determine una expresión para la transferencia de calor, $q'(r_o)$, en el radio exterior de la capa en términos de $\dot{q}$ y de las dimensiones de la capa.

3.82 Se muestra la sección transversal de un elemento de combustible, cilíndrico, largo, en un reactor nuclear. La generación de energía ocurre de manera uniforme en la varilla de combustible de torio, que tiene un diámetro $D = 25$ mm y está envuelto en un encamisado delgado de aluminio.



(a) Se propone que, en condiciones de estado estable, el sistema opere con una rapidez de generación de $\dot{q} = 7\times10^8$ W/m^3 y con características del sistema de enfriamiento de $T_\infty = 95$°C y $h = 7000$ W/m^2·K. ¿Es satisfactoria la propuesta?

(b) Explore el efecto de las variaciones en $\dot{q}$ y h trazando las distribuciones de temperaturas, $T(r)$, para un rango de valores de los parámetros. Sugiera una cubierta de condiciones de operación aceptables.

3.83 Un elemento de combustible de reactor nuclear consiste en una punta cilíndrica sólida de radio r_1 y conductividad térmica k_f. La punta de combustible está en buen contacto con un material de encamisado de radio externo r_2 y conductividad térmica k_c. Considere condiciones de estado estable para las que ocurre una generación de calor uniforme dentro del combustible a una razón volumétrica $\dot{q}$ y la superficie externa del encamisado se expone a un fluido refrigerante que se caracteriza por una temperatura T_∞ y un coeficiente de convección h.

(a) Obtenga ecuaciones para las distribuciones de temperaturas $T_f(r)$ y $T_c(r)$ en el combustible y en el encamisado, respectivamente. Exprese los resultados exclusivamente en términos de las variables precedentes.

(b) Considere una punta de combustible de óxido de uranio para la que $k_f = 2$ W/m·K y $r_1 = 6$ mm y un encamisado para el que $k_c = 25$ W/m·K y $r_2 = 9$ mm. Si $\dot{q} = 2\times10^8$ W/m^3, $h = 2000$ W/m^2·K y $T_\infty = 300$ K, ¿cuál es la temperatura máxima en el elemento de combustible?

(c) Calcule y dibuje la distribución de temperaturas $T(r)$, para valores de $h = 2000$, 5000, y 10,000 W/m^2·K. Si el operador desea mantener la temperatura de la línea central del elemento de combustible por debajo de 1000 K, ¿es posible esto ajustando el flujo de refrigerante y, por tanto, el valor de h?

3.84 Considere la configuración del ejemplo 3.7, donde el calentamiento volumétrico uniforme dentro de un tubo de acero inoxidable se induce mediante una corriente eléctrica y el calor se transfiere por convección al aire que fluye a través del tubo. La pared del tubo tiene radios interior y exterior de $r_1 = 25$ mm y $r_2 = 35$ mm, una conductividad térmica de $k = 15$ W/m·K, una resistividad eléctrica de $\rho_e = 0.7\times10^{-6}$ Ω·m y una temperatura de operación máxima permisible de 1400 K.

(a) Suponiendo que la superficie externa del tubo está perfectamente aislada y que el flujo de aire se caracteriza por una temperatura y un coeficiente de convección de $T_{\infty,1} = 400$ K y $h_1 = 100$ W/m^2·K, determine la máxima corriente eléctrica I permisible.

(b) Calcule y trace la distribución de la temperatura radial en la pared del tubo para la corriente eléctrica de la parte (a) y con los valores de h_1 (100, 500 y 1000 W/m^2·K). Para cada valor de h_1, determine la transferencia de calor al aire por unidad de largo del tubo.

(c) En la práctica, aun el mejor material aislante seria incapaz de mantener condiciones adiabáticas en la superficie externa del tubo. Considere el uso de un material aislante refractario de conductividad térmica $k = 1.0$ W/m·K y no tome en cuenta el intercambio de radiación en la superficie externa. Para $h_1 = 100$ W/m^2·K y la corriente máxima permisible determinada en la parte (a), calcule y trace la distribución de temperaturas en la pared *compuesta* para dos valores del espesor del aislante ($\delta = 25$ y 50 mm). La superficie externa del aislante se expone al aire del cuarto para el que $T_{\infty,2} = 300$ K y $h_2 = 25$ W/m^2·K. Para cada espesor del aislante, determine la transferencia de calor por unidad de longitud de tubo al flujo de aire interior y al aire ambiente.

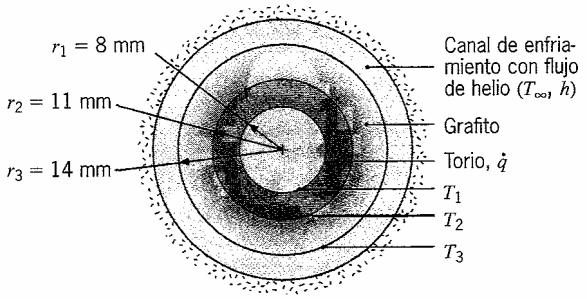
3.85 El propietario de una casa, cuya tubería se congeló durante un periodo de clima frío, decide fundir el hielo haciendo pasar una corriente eléctrica I a través de la pared de la tubería. Los radios interno y externo de la pared se designan r_1 y r_2, y su resistencia eléctrica por unidad de longitud se designa como R'_e (Ω/m). La tubería está bien aislada en el exterior, y durante la fusión el hielo (y agua) permanece en la tubería a una temperatura constante T_m asociada con el proceso de fusión.

(a) Suponiendo que se alcanzan condiciones de estado estable poco después de la apli-

cación de la corriente, determine la forma de la distribución de temperaturas de estado estable $T(r)$ en la pared de la tubería durante el proceso de fusión.

(b) Desarrolle una expresión para el tiempo tm que se requiere para fundir por completo el hielo. Calcule este tiempo para $I = 100$ A, $R'_e = 0.30\ \Omega$/m, y $r_1 = 50$ mm.

3.86 Un reactor nuclear de altas temperaturas enfriado por gas consiste en una pared cilíndrica compuesta para la que un elemento de combustible de torio ($k \approx 57$ W/m·K) se encapsula en grafito ($k \approx 3$ W/m·K) y para la cual fluye helio gaseoso por un canal anular de enfriamiento. Considere condiciones para las que la temperatura del helio es $T_\infty = 600$ K y el coeficiente de convección en la superficie externa del grafito es $h = 2000$ W/m^2·K.



(a) Si se genera energía térmica de manera uniforme en el elemento de combustible a una rapidez $\dot{q} = 10^8$ W/m^3, ¿cuáles son las temperaturas T_1 y T_2 en las superficies interna y externa, respectivamente, del elemento de combustible?

(b) Calcule y elabore una gráfica de la distribución de temperaturas en la pared compuesta para valores seleccionados de $\dot{q}$. ¿Cuál es el valor máximo permisible de $\dot{q}$?

3.87 Una varilla cilíndrica larga, de 200 mm de diámetro y conductividad térmica de 0.5 W/m·K, experimenta una generación volumétrica uniforme de calor de 24,000 W/m^3. La varilla está encapsulada en una manga circular que tiene un diámetro externo de 400 mm y una conductividad térmica de 4 W/m·K. La superficie externa de la manga se expone a un flujo de aire cruzado a 27°C con un coeficiente de convección de 25 W/m^2·K.

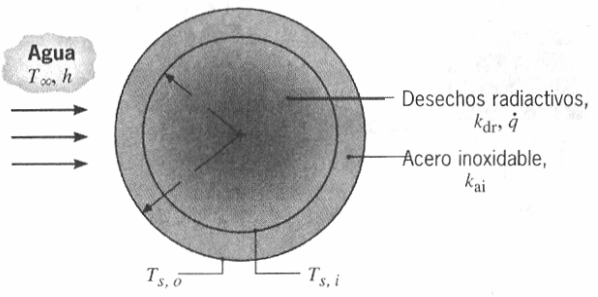
(a) Encuentre la temperatura en la interfaz entre la varilla y la manga y en la superficie externa.

(b) ¿Cuál es la temperatura en el centro de la varilla?

3.88 Un material radioactivo de conductividad térmica k es moldeado como una esfera sólida de radio r_o y colocado en un baño líquido para el que se conocen la temperatura, T_∞, y el coeficiente de convección h. Dentro del sólido se genera calor de manera uniforme a una rapidez volumétrica de $\dot{q}$. Obtenga la distribución de temperatura radial de estado estable en el sólido; exprese los resultados en términos de r_o, $\dot{q}$, k, h y T_∞.

3.89 Para las condiciones que se describen en el problema 1.34, determine la distribución de temperaturas, $T(r)$, en el contenedor. Exprese el resultado en términos de $\dot{q}_o$, r_o, T_∞, h y la conductividad térmica k de los desechos radiactivos.

3.90 Se almacenan desechos radiactivos ($k_{dr} = 20$ W/m·K) en un contenedor esférico de cero inoxidable ($k_{ai} = 15$ W/m·K) de radios interior y exterior $r_i = 0.5$ m y $r_o = 0.6$ m. Se genera calor de forma volumétrica dentro de los desechos a una razón uniforme de $\dot{q} = 10^5$ W/m^3, y la superficie externa del contenedor se expone a un flujo de



agua para el que $h = 1000$ W/m^2·K y $T_\infty = 25$°C.

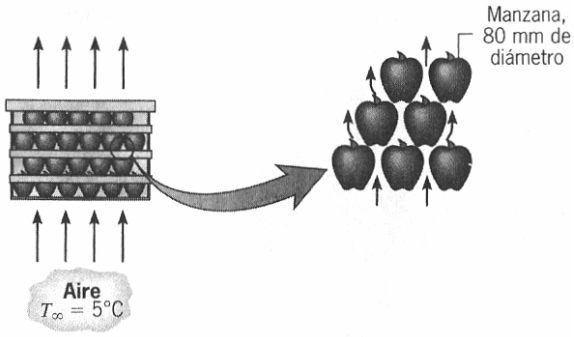
(a) Evalúe la temperatura de la superficie externa en estado estable, $T_{s,o}$.

(b) Evalúe la temperatura de la superficie interna en estado estable, $T_{s,i}$.

(c) Obtenga una expresión para la distribución de temperaturas, $T(r)$, en los desechos radioactivos. Exprese los resultados en términos de r_i, $T_{s,i}$, k_{dr} y $\dot{q}$. Evalúe la temperatura en $r = 0$.

(d) Una extensión propuesta del diseño anterior implica almacenar materiales de desecho que tienen la misma conductividad térmica pero el doble de generación de calor ($\dot{q} = 2\times10^5$ W/m^3) en un contenedor de acero inoxidable de radio interior equivalente ($r_i = 0.5$ m). Consideraciones de seguridad dictan que la temperatura máxima del sistema no exceda 475°C y que el espesor de la pared del contenedor no debe ser menor que $t = 0.04$ m, y que de preferencia sea igual o cercana al diseño original ($t = 0.1$ m). Evalúe el efecto de hacer variar el coeficiente de convección exterior a un valor máximo factible de $h = 5000$ W/m^2·K (aumentando la velocidad del agua) y el grosor de la pared del contenedor. ¿Es factible la extensión que se propone? Si lo es, recomiende condiciones de operación y diseño adecuadas para h y t, respectivamente.

3.91 Las características únicas de materiales biológicamente activos, como las frutas, las verduras y otros productos, requieren cuidado especial en su manejo. En seguida de la cosecha y separación de las plantas productoras, la glucosa se cataboliza para producir bióxido de carbono, vapor de agua y calor, con la generación de energía interna concomitante. Considere una caja de manzanas, cada manzana de 80 mm de diámetro, que se ventila con aire a 5°C y a una velocidad de 0.5 m/s. El valor correspondiente del coeficiente de transferencia de calor es 7.5 W/m^2·K. Dentro de cada manzana la energía térmica se genera de manera uniforme a una razón total de 4000 J/kg·día. La densidad y conductividad térmica de la manzana son 840 kg/m^3 y 0.5 W/m·K, respectivamente.

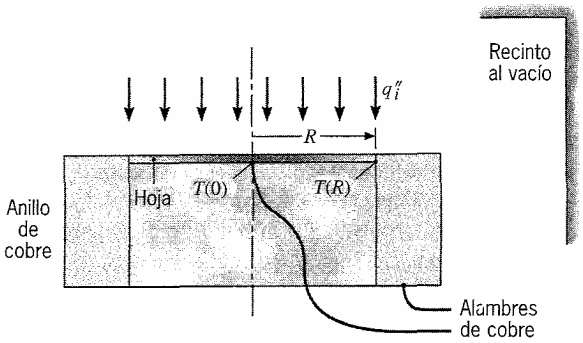


(a) Determine las temperaturas del centro y de la superficie de la manzana.

(b) Para el arreglo apilado de manzanas dentro del cartón de empaque, el coeficiente de convección depende de la velocidad como $h = C_1 V^{0.425}$, donde $C_1 = 10.1$ W/m^2·K·(m/s)$^{0.425}$. Calcule y trace la gráfica de las temperaturas del centro y de la superficie como función de la velocidad del aire para $0.1 \le V \le 1$ m/s.

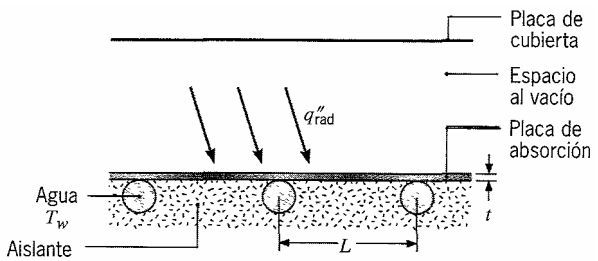
Superficies extendidas

3.92 El medidor de calor por radiación que se muestra en el diagrama está construido con hoja metálica de *constantán*, que se cubre de negro y tiene la forma de un disco circular de radio R y espesor t. El medidor se localiza en un recinto al vacío. El flujo de radiación incidente que absorbe la hoja, q_i'', se difunde hacia la circunferencia exterior y al anillo grande de cobre, que actúa como un su-

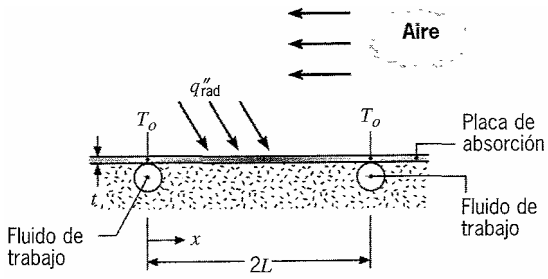


midero de calor a temperatura constante $T(R)$. Dos alambres conductores de cobre se unen al centro de la hoja y al anillo para completar un circuito termopar que permite la medición de la diferencia de temperaturas entre el centro de la hoja y su extremo, $\Delta T = T(0) - T(R)$. Obtenga la ecuación diferencial que determina $T(r)$, la distribución de temperaturas en la hoja, en condiciones de estado estable. Resuelva esta ecuación para obtener una expresión que relacione ΔT con q_i''. No tome en cuenta el intercambio de radiación entre la hoja y sus alrededores.

3.93 Una tubería de cobre se une al absorbedor de un colector solar de placa plana como se muestra. La placa de absorción de aleación de aluminio (2024-T6) tiene 6 mm de espesor y está bien aislada en su parte inferior. La superficie superior de la placa está separada de una placa de cubierta por un espacio al vacío. Los tubos están espaciados una distancia L de 0.20 m entre ellos, y circula agua a través de los tubos para quitar la energía colectada. Suponga que el agua está a una temperatura uniforme de T_{agua} = 60 ºC. Bajo condiciones de operación de estado estable para las que el flujo *neto* de calor por radiación a la superficie es q''_{rad} = 800 W/m^2, ¿cuál es la temperatura máxima sobre la placa y la transferencia de calor por unidad de longitud del tubo? Note que representa el efecto neto de la absorción de radiación solar por la placa de absorción y el intercambio de radiación entre las placas de absorción y de cubierta. Puede suponer que la temperatura de la placa de absorción directamente arriba de un tubo es igual a la del agua.



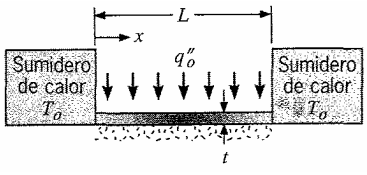
3.94 Se une una tubería a la placa de espesor t de un colector solar, y el fluido de trabajo mantiene la temperatura de la placa sobre los tubos a T_o,. Hay un flujo neto uniforme de calor por radiación q''_{rad} hacia la superficie superior de la placa, mientras que la superficie inferior está bien aislada. La superficie superior también se expone a un fluido a T_∞ que proporciona un coeficiente de convección uniforme h.



(a) Derive la ecuación diferencial que rige la distribución de temperaturas $T(x)$ en la placa.

(b) Obtenga una solución de la ecuación diferencial para condiciones de frontera apropiadas.

3.95 Una placa delgada de longitud L, espesor t y ancho $W >> L$ se une térmicamente a dos grandes sumideros de calor que se mantienen a una temperatura T_o. La parte inferior de la placa está bien aislada, mientras que se sabe que el flujo neto de calor hacia la superficie superior de la placa tiene un valor uniforme de q_o''.



(a) Derive la ecuación diferencial que determina la distribución de temperaturas de estado estable $T(x)$ en la placa.

(b) Resuelva la ecuación anterior para la distribución de temperaturas y obtenga una expresión para la transferencia de calor de la placa a los sumideros de calor.

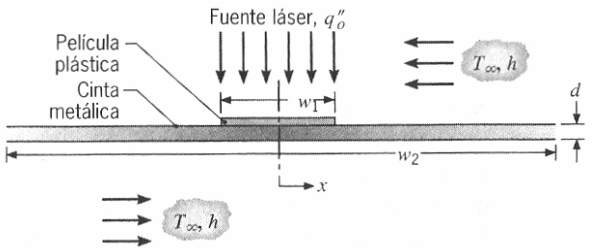
3.96 Considere la placa plana del problema 3.95, pero con los sumideros de calor a diferentes temperaturas, $T(0) = T_o$ y $T(L) = T_L$, y con la superficie inferior ya sin aislar. Se permite que ahora la transferencia de calor por convección ocurra entre esta superficie y un fluido a T_∞, con un coeficiente de convección h.

(a) Derive la ecuación diferencial que determina la distribución de temperaturas de estado estable $T(x)$ en la placa.

(b) Resuelva la ecuación anterior para la distribución de temperaturas y obtenga una expresión para la transferencia de calor de la placa a los sumideros de calor.

(c) Para $q''_o = 20{,}000$ W/m^2, $T_o = 100$ ºC, $T_L = 35$°C, $T_\infty = 25$°C, $k = 25$ W/m·K, $h = 50$ W/m^2·K, $L = 100$ mm, $t = 5$ mm, y un ancho de placa de $W = 30$ mm, trace la distribución de temperaturas y determine las transferencias de calor de sumidero, $q_x(0)$ y $q_x(L)$. En la misma gráfica, dibuje tres distribuciones de temperaturas adicionales correspondientes a cambios en los siguientes parámetros, sin que cambien los parámetros restantes: (i) $q''_o = 30{,}000$ W/m^2, (ii) $h = 200$ W/m^2·K, y (iii) el valor de q''_o para el cual $q_x(0) = 0$ cuando $h = 200$ W/m^2·K.

3.97 Una operación de unión utiliza un láser para proporcionar un flujo de calor constante, q''_o, a través de la superficie superior de una delgada película plástica con adhesivo en la parte posterior que se fijará a una cinta metálica, como se muestra en el dibujo. La cinta metálica tiene un espesor $d = 1.25$ mm y su anchura es grande en relación con la de la película. Las propiedades termofísicas de la cinta son $\rho = 7850$ kg/m^3, $c_p = 435$ J/kg·K, y $k = 60$ W/m·K. La resistencia térmica de la película plástica de ancho $w_1 = 40$ mm es insignificante. Las superficies superior e inferior de la cinta (incluida la película plástica) experimentan convección con el aire a 25°C y un coeficiente de convección de 10 W/m^2·K. La cinta y la película son muy largas en la dirección normal a la página. Suponga que los extremos de la cinta metálica están a la temperatura del aire (T_∞).



(a) Derive una expresión para la distribución de temperaturas en la parte de la cinta de acero con la película plástica ($-w_1/2 \le x \le +w_1/2$).

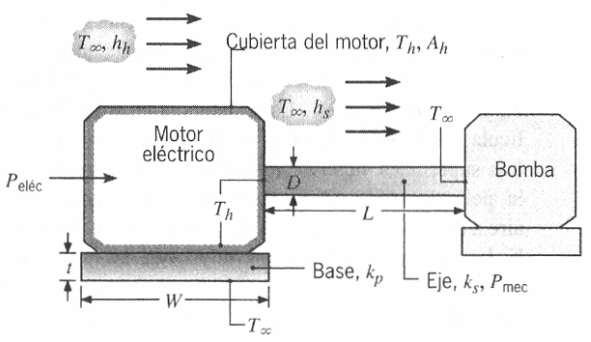
(b) Si el flujo de calor que proporciona el láser es 10,000 W/m^2, determine la temperatura de la película plástica en el centro ($x = 0$) y sus extremos ($x = \pm w_1/2$).

(c) Elabore una gráfica de la distribución de temperaturas para toda la cinta y señale sus características especiales.

3.98 Un alambre metálico delgado de conductividad térmica k, diámetro D, y longitud $2L$ es recocido al hacer pasar una corriente eléctrica a través del alambre para inducir una generación de calor volumétrico uniforme $\dot{q}$. El aire del ambiente alrededor del alambre está a una temperatura T_∞, mientras que los extremos del alambre en $x = \pm L$ también se mantienen a T_∞. La transferencia de calor del alambre al aire se caracteriza por el coeficiente de convección h. Obtenga una expresión para la distribución de estado estable $T(x)$ a lo largo del alambre.

3.99 Un motor consume potencia eléctrica $P_{\text{eléc}}$ de una línea de suministro y entrega potencia mecánica a una bomba a través de un eje rotatorio de cobre con conductividad térmica k_s, longitud L y diámetro D. El motor se monta sobre una base cuadrada de ancho W, espesor t y conductividad térmica k_p. La superficie de la cubierta expuesta al aire

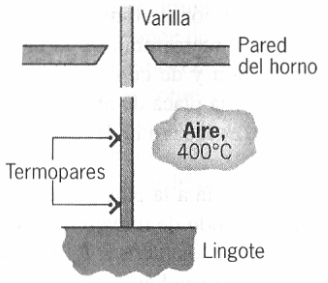
ambiental a T_∞ tiene área A_h. Los extremos opuestos del eje están a temperaturas T_h y T_∞, y la transferencia de calor del eje al aire ambiental se caracteriza por el coeficiente de convección h_s. La base de la carpeta está a T_∞.



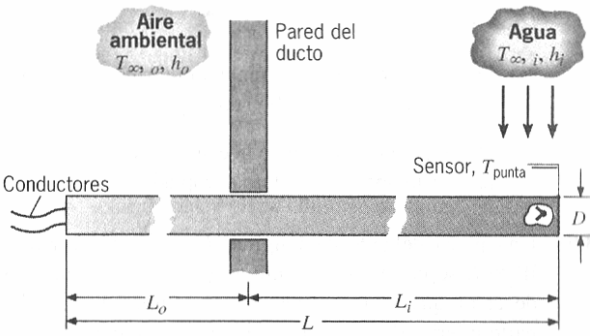
(a) Exprese el resultado en términos de $P_{eléc}$, P_{mec}, k_s, L, D, W, t, k_p, A_h, h_h y h_s, y obtenga una expresión para $(T_h - T_\infty)$

(b) ¿Cuál es el valor de T_h si $P_{eléc}$ = 25 kW, P_{mec} = 15 kW, k_s = 400 W/m·K, L = 0.5 m, D = 0.05 m, W = 0.7 m, t = 0.05 m, k_p = 0.5 W/m·K, A_h = 2 m^2, h_h = 10 W/m^2·K, h_s = 300 W/m^2·K, y T_∞ = 25°C?

3.100 Una varilla larga pasa a través de la abertura en un horno que tiene una temperatura del aire de 400°C y se prensa firmemente en la superficie de un lingote. Termopares empotrados en la varilla a 25 y 120 mm del lingote registran temperaturas de 325 y 375°C, respectivamente. ¿Cuál es la temperatura del lingote?



3.101 Una sonda de longitud total L = 200 mm y diámetro D = 12.5 mm se inserta a través de la pared de un ducto de modo que una parte de su longitud, denominada longitud de inmersión L_i, está en contacto con el flujo de agua cuya temperatura, $T_{\infty,\,i}$. , se determinará. Los coeficientes de convección sobre la longitud de inmersión y la longitud expuesta al ambiente son h_i = 1100 W/m^2·K y h_o = 25 W/m^2·K, respectivamente. La sonda tiene una conductividad térmica de 177 W/m·K y está en contacto térmico deficiente con la pared del ducto.

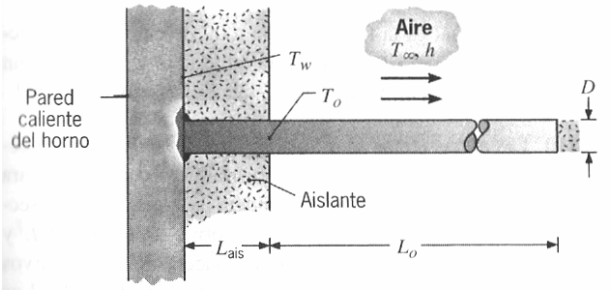


(a) Derive una expresión para evaluar el error de medición, $\Delta T_{err} = T_{punta} - T_{\infty,\,i}$, que es la diferencia entre la temperatura de la punta, T_{punta}, y la del agua, $T_{\infty,\,i}$. Sugerencia: Defina un sistema coordenado con el origen en la pared del ducto y trate la sonda como dos aletas que se extienden hacia dentro y hacia fuera del ducto, pero que tengan la misma temperatura de la base. Use los resultados del caso A de la tabla 3.2.

(b) Con las temperaturas del agua y del aire ambiental a 80 y 20°C, respectivamente, calcule el error de medición, ΔT_{err}, como función de la longitud de inmersión para las condiciones L_i/L = 0.225, 0.425 y 0.625.

(c) Calcule y trace la gráfica de los efectos de la conductividad térmica y la velocidad del agua (h_i) sobre el error de medición.

3.102 Una varilla de diámetro D = 25 mm y conductividad térmica k = 60 W/m·K sobresale normalmente de la pared de un horno que está a T_w = 200°C y está cubierta de un aislante de espesor L_{ais} = 200 mm. La varilla está

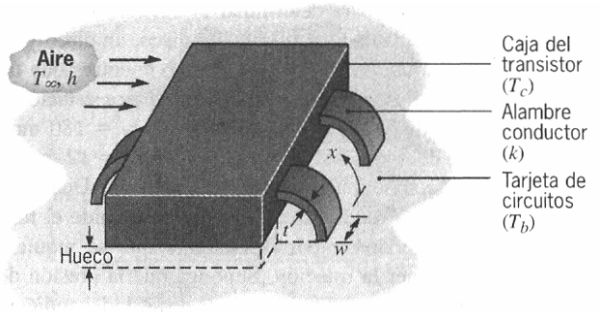


soldada a la pared del horno y se usa como soporte para cargar cables de instrumentación. Para evitar que se dañen los cables, la temperatura de la varilla en la superficie expuesta, T_o, debe mantenerse por debajo de un límite de operación específico de $T_{máx}$ = 100°C. La temperatura del aire ambiental es T_∞ = 25°C, y el coeficiente de convección es h = 15 W/m^2·K.

(a) Derive una expresión para la temperatura de la superficie expuesta T_o como función de los parámetros térmicos y geométricos establecidos. La varilla tiene una longitud expuesta L_o, y su punta está bien aislada.

(b) ¿Una varilla con L_o = 200 mm cumplirá con el límite de operación especificado? Si no, ¿qué parámetros de diseño cambiaría? Considere otro material, aumente el espesor del aislante y la longitud de la varilla. Además, considere cómo unir la base de la varilla a la pared del horno como un medio para reducir T_o.

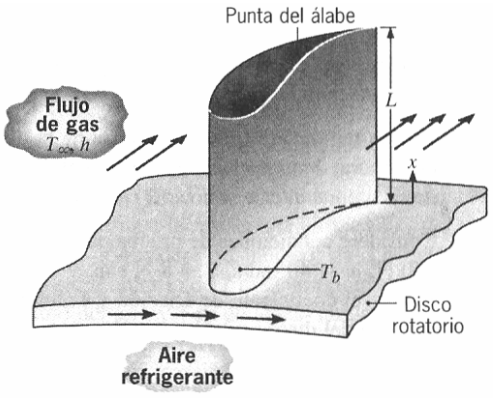
3.103 Del problema 1.51, considere los alambres conductores que conectan el transistor a la tarjeta. Los conductores tienen conductividad térmica k, espesor t, ancho w y longitud L. Un extremo de un conductor se mantiene a una temperatura T_c que corresponde a la caja del transistor, mientras que el otro extremo toma la temperatura T_b de la tarjeta. Durante la operación de estado estable, la corriente que fluye por los conductores proporciona un calentamiento volumétrico uniforme en un monto $\dot{q}$, mientras hay un enfriamiento por convección al aire que está a T_∞ y mantiene un coeficiente de convección h.



(a) Derive una ecuación de la que sea posible determinar la distribución de temperaturas en un alambre conductor. Enumere todas las suposiciones pertinentes.

(b) Determine la distribución de temperaturas en un alambre conductor y exprese los resultados en términos de las variables establecidas.

3.104 Los álabes de turbina montados en un disco rotatorio de una turbina de gas se exponen a un flujo de gas que está a T_∞ = 1200°C y mantiene un coeficiente de convección h = 250 W/m^2·K sobre los álabes.



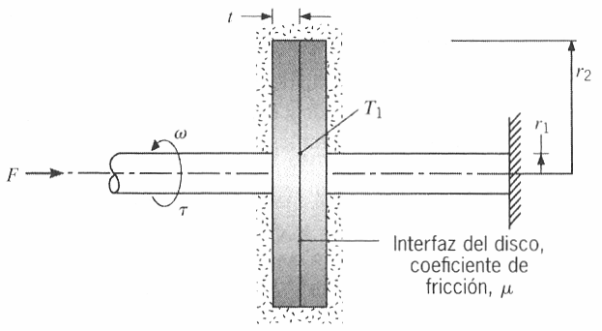
Los álabes, que están fabricados de Inconel, $k \approx$ 20 W/m·K, tienen una longitud de L = 50 mm. El perfil del álabe tiene un área de sección transversal $A_{trans} = 6\times10^{-4}$ m^2 y un perímetro P = 110 mm. Un esquema de enfriamiento del álabe que se propone, el cual implica dirigir aire a través del disco de soporte, es capaz de mantener la base de cada álabe a una temperatura T_b = 300°C.

(a) Si la temperatura máxima permisible del álabe es 1050°C y se supone que la punta del álabe es adiabática, ¿es satisfactorio el esquema de enfriamiento que se propone?

(b) Para el esquema de enfriamiento propuesto, ¿cuál es la transferencia de calor de cada álabe al fluido refrigerante?

3.105 En una prueba para determinar el coeficiente de fricción, μ, asociado con un freno

de disco, un disco y su eje rotan a una velocidad angular ω, mientras que un ensamble disco/eje equivalente permanece estacionario. Cada disco tiene un radio exterior r_2 = 180 mm, un radio del eje r_1 = 20 mm, un espesor t = 12 mm, y una conductividad térmica k = 15 W/m·K. Una fuerza conocida F se aplica al sistema, y se mide el momento de torsión τ correspondiente que se requiere para mantener la rotación. Suponga que la presión de contacto del disco es uniforme (es decir, independiente de la posición en la interfaz), y que los discos están bien aislados de los alrededores.



(a) Obtenga una expresión que sirva para evaluar μ a partir de cantidades conocidas.

(b) Para la región $r_1 \le r \le r_2$, determine la distribución radial de temperaturas, $T(r)$, en el disco, donde se supone que se conoce $T(r_1) = T_1$.

(c) Considere condiciones de prueba para las que F = 200 N, ω = 40 rad/s, τ = 8 N·m, y T_1 = 80°C. Evalúe el coeficiente de fricción y la temperatura máxima del disco.

Aletas simples

3.106 Una varilla larga circular de aluminio se une en un extremo a una pared calentada y transfiere calor por convección a un fluido frío.

(a) Si el diámetro de la varilla se triplica, ¿en cuánto cambiaría la rapidez de eliminación de calor?

(b) Si una varilla de cobre del mismo diámetro se usa en lugar de la de aluminio ¿en cuánto cambiaría la rapidez de eliminación de calor?

3.107 Una varilla de estaño de 100 mm de longitud y 5 mm de diámetro se extiende horizontalmente de un molde a 200°C. La varilla está en un aire ambiental con T_∞ = 20°C y h = 30 W/m^2·K. ¿Cuál es la temperatura de la varilla a 25, 50 y 100 mm del molde?

3.108 Dos varillas de cobre largas de diámetro D = 10 mm se sueldan juntas extremo con extremo; la soldadura tiene un punto de fusión de 650°C. Las varillas están en aire a 25°C con un coeficiente de convección de 10 W/m^2·K. ¿Cuál es la potencia mínima de entrada necesaria para efectuar la soldadura?

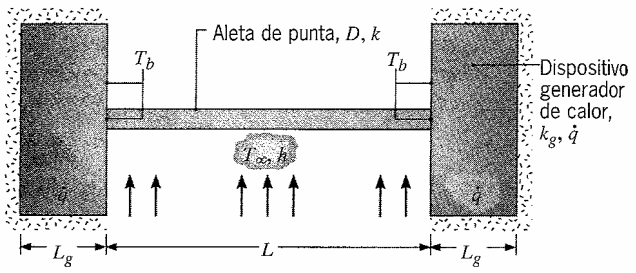
3.109 Varillas de cobre circulares de diámetro D = 1 mm y longitud L = 25 mm se usan para reforzar la transferencia de calor de una superficie que se mantiene a $T_{s,1}$ = 100°C. Un extremo de la varilla se une a esta superficie (en x = 0), mientras el otro (x = 25 mm) se une a una segunda superficie que se mantiene a $T_{s,2}$ = 0°C. El aire que fluye entre las superficies (y sobre las varillas) también está a una temperatura T_∞ = 0°C, y se mantiene un coeficiente de convección h = 100 W/m^2·K.

(a) ¿Cuál es la transferencia de calor por convección de una sola varilla de cobre al aire?

(b) ¿Cuál es la transferencia total de calor de una sección de 1×1 m de la superficie a 100°C, si un arreglo de varillas se instala en centros de 4 mm?

3.110 Las aletas rectas se usan ampliamente en sistemas electrónicos para proporcionar enfriamiento, así como para sostener dispositivos. Considere la aleta recta de sección circular de diámetro uniforme D, longitud L y conductividad térmica k que conecta dos dispositivos idénticos de longitud L_g y área de superficie A_g. Los dispositivos se caracterizan por la generación volumétrica uniforme de energía térmica $\dot{q}$ y una conductividad

térmica k_g. Suponga que las superficies expuestas de los dispositivos están a una temperatura uniforme que corresponde a la de la base de la punta, T_b, y que el calor se transfiere por convección de las superficies expuestas a un fluido contiguo. Las parte posterior y los lados de los dispositivos están perfectamente aislados. Derive una expresión para la temperatura de la base T_b en términos de los parámetros de los dispositivos (k_g, $\dot{q}$, L_g, A_g), los parámetros de convección (T_∞, h) y los parámetros de la aleta (k, D, L).



3.111 Considere dos varillas delgadas largas del mismo diámetro pero de diferentes materiales. Un extremo de cada varilla se une a una superficie base que se mantiene a 100°C, mientras que las superficies de las varillas se exponen al aire ambiental a 20°C. Al recorrer la longitud de cada varilla con un termopar, se observa que las temperaturas de las varillas eran iguales en las posiciones $x_A = 0.15$ m y $x_B = 0.075$ m, donde x se mide desde la superficie base. Si se sabe que la conductividad térmica de la varilla A es $k_A = 70$ W/m·K, determine el valor de k_B para la varilla B.

3.112 Considere una varilla delgada de longitud L, que se expone a enfriamiento por convección (T_∞, h) y tiene ambos extremos a $T_o > T_\infty$. Para cada uno de los tres casos que se describen a continuación, dibuje la distribución de temperaturas en coordenadas T–x e identifique las características de la distribución. Suponga que las temperaturas de los extremos y el coeficiente de transferencia de calor por convección son los mismos para todos los casos.

(a) La varilla tiene una conductividad térmica k_A.

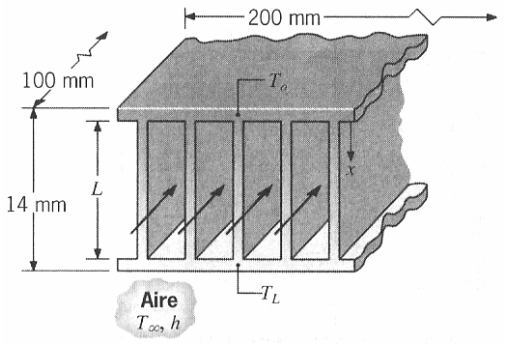
(b) La varilla tiene una conductividad térmica k_B, donde $k_B < k_A$

(c) Se trata de una varilla compuesta con k_A para $0 \le x \le L/2$ y k_B para $L/2 \le x \le L$.

3.113 Un arreglo experimental para medir la conductividad térmica de materiales sólidos implica el uso de dos varillas largas que son equivalentes en todos los aspectos, excepto que una está fabricada de un material estándar de conductividad térmica conocida, k_A, mientras que el otro está fabricado con el material cuya conductividad térmica, k_B, se desea conocer. Ambas varillas se unen en un extremo a una fuente de calor de temperatura fija T_b, se exponen a un fluido de temperatura, T_∞, y se instrumentan con termopares para medir la temperatura a una distancia fija x_1 de la fuente de calor. Si el material estándar es aluminio, con $k_A = 200$ W/m·K, y las medidas revelan valores de $T_A = 75$°C y $T_B = 60$°C a x_1 para $T_b = 100$°C y $T_\infty = 25$°C, ¿cuál es la conductividad térmica k_B del material de prueba?

Sistemas y arreglos de aletas

3.114 A menudo se forman pasajes de aletas entre placas paralelas para reforzar la transferencia de calor por convección en núcleos compactos de intercambiadores de calor. Una aplicación importante es el enfriamiento de equipo electrónico, donde una o más pilas enfriadas por aire se colocan entre componentes eléctricos que disipan calor. Considere una sola pila de aletas rectangulares de longitud L y espesor t, en condiciones de convección que



corresponden a h y T_∞.

(a) Obtenga expresiones para las transferencias de calor de las aletas, $q_{f,o}$ y $q_{f,L}$, en términos de las temperaturas de base, T_o y T_L.

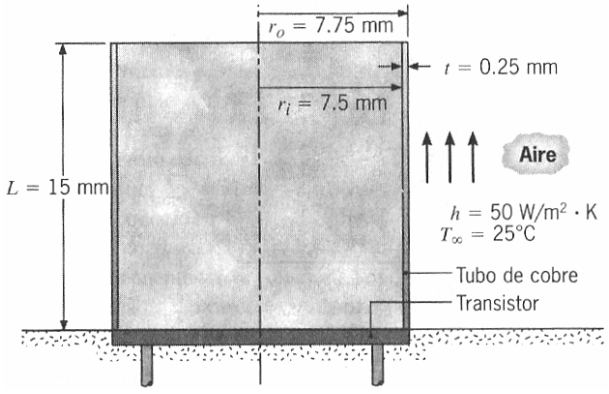
(b) En una aplicación específica, una pila de 200 mm de ancho y 100 mm de profundidad contiene 50 aletas, cada una de longitud L = 12 mm. La pila completa está fabricada de aluminio que mide uniformemente 1.0 mm de espesor. Si las limitaciones de temperatura asociadas con los componentes eléctricos unidos a placas opuestas dictan temperaturas máximas de placa permisibles de T_o = 400 K y T_L = 350 K, ¿cuales son las correspondientes disipaciones máximas de potencia si h = 150 W/m^2·K y T_∞ = 300 K?

3.115 El arreglo de aletas del problema 3.114 se encuentra normalmente en intercambiadores compactos de calor, cuya función es proporcionar un área superficial grande por unidad de volumen para transferir calor de un fluido a otro. En este tipo de aplicaciones, es deseable minimizar la resistencia térmica $R_{t,o}$ del arreglo de aletas. Considere el núcleo de un intercambiador de calor unitario de 1 m de longitud en la dirección del flujo del aire y 1 m de ancho en una dirección normal al flujo de aire y a las superficies de las aletas. La longitud de los pasajes de aletas entre placas paralelas contiguas es L = 8 mm, mientras que la conductividad térmica de la aleta y el coeficiente de convección son k = 200 W/m·K (aluminio) y h = 150 W/m^2·K, respectivamente.

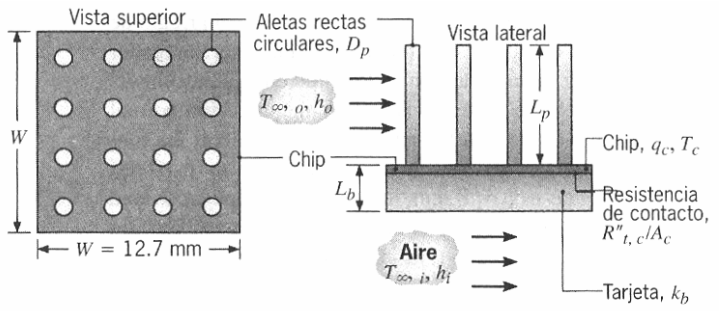
(a) Si el espesor y espaciamiento de las aletas son t = 1 mm y S = 4 mm, respectivamente, ¿cuál es el valor de $R_{t,o}$?

(b) Sujeto a las restricciones de que el espesor y espaciamiento de las aletas no puede ser menor que 0.5 y 3 mm, respectivamente, evalúe el efecto de cambios en t y S.

3.116 Un transistor en forma de disco, que se monta en un medio aislante, disipa 0.25 W durante la operación de estado estable. Para reducir la temperatura del transistor, se propone que se una un tubo de cobre hueco al transistor como se muestra. La superficie externa del tubo se expone a aire ambiental a T_∞ = 25°C con un coeficiente de convección h = 50 W/m^2·K. Como primera aproximación, no tome en cuenta la transferencia de calor de la superficie interior del tubo y de la superficie expuesta del transistor. ¿Cuál es la temperatura del transistor con la aleta? ¿Cuál es la temperatura del transistor sin la aleta si h y T_∞ permanecen iguales?



3.117 Conforme se colocan más y más componentes en un solo circuito integrado (chip), la cantidad de calor que se disipa continúa en aumento. Sin embargo, este incremento está limitado por la temperatura máxima permisible de operación del chip, que es alrededor de 75°C. Para maximizar la disipación de calor se propone que un arreglo de 4×4 aletas rectas circulares de cobre se una metalúrgicamente a la superficie externa de un clip cuadrado que tiene 12.7 mm de lado.

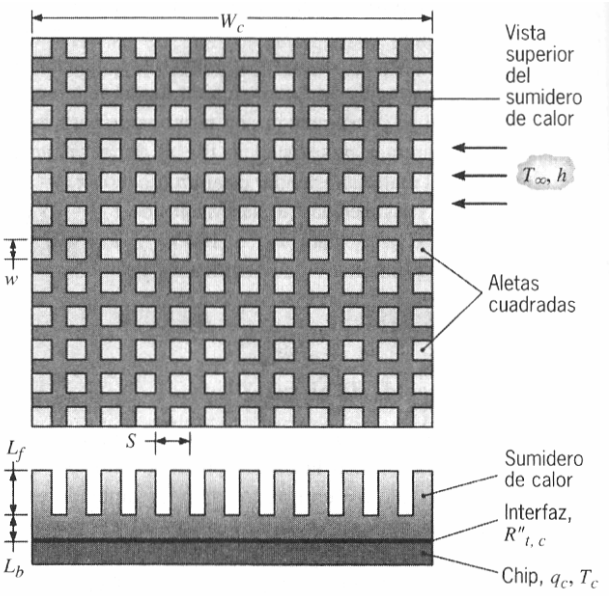


(a) Dibuje el circuito térmico equivalente para el conjunto aleta-clip-tarjeta, suponiendo condiciones unidimensionales de estado estable y resistencia de contacto insignificante entre las puntas y el chip. En forma variable, etiquete las resistencias, temperaturas y transferencias de calor apropiadas.

(b) Para las condiciones que se establecieron en el problema 3.25, ¿cuál es la transferencia máxima a la que se puede disipar calor en el chip cuando las puntas están colocadas? Es decir, ¿cuál es el valor de q_c para $T_c = 75°C$? El diámetro y longitud de 1ª punta son $D_p = 1.5$ mm y $L_p = 15$ mm.

3.118 En el problema 3.117, el valor establecido de $h_o = 1000$ W/m^2·K es grande y característico del enfriamiento por líquido. En la práctica sería preferible utilizar enfriamiento por aire, para el que un límite razonable del coeficiente de convección sería $h_o = 250$ W/m^2·K. Evalúe el efecto de cambios en la geometría de la aleta recta sobre la transferencia de calor del chip si las demás condiciones del problema 3.117, incluida una temperatura máxima permisible de 75°C del chip, permanecen válidas. Las variaciones paramétricas a considerar incluyen el número total de aletas, N, en el arreglo cuadrado, el diámetro de la punta D_p y la longitud de la punta L_p. Sin embargo, el producto $N^{1/2}D_p$ no debe exceder 9 mm para asegurar un adecuado paso del flujo de aire a través del arreglo. Recomiende un diseño que refuerce el enfriamiento del chip.

3.119 Como un medio de aumentar la transferencia de calor de chips lógicos de alto rendimiento, es común unir un sumidero de calor a la superficie del chip a fin de aumentar el área de superficie disponible para la transferencia de calor por convección. Debido a la facilidad con la que se fabrican (con cortes ortogonales en un bloque de material), una opción atractiva es utilizar un sumidero de calor que consiste en un arreglo de aletas cuadradas de ancho w en un lado. El espacio entre aletas contiguas se determinaría por el ancho de una hoja de sierra, y la suma de este espacio y el ancho de la aleta designado será el espaciado de la aleta S. El método por el que el sumidero de calor se une al chip determinaría la resistencia de contacto interfacial, $R''_{t,c}$. Considere un chip de ancho $W_c = 16$ m y condiciones para las que el enfriamiento lo proporciona un líquido dieléctrico con $T_\infty = 25°C$ y $h = 1500$ W/m^2·K. El sumidero de calor se fabrica de cobre ($k = 400$ W/m·K), y sus dimensiones características son $w = 0.25$ mm, $S = 0.50$ mm, $L_f = 6$ mm y $L_b = 3$ mm. Los valores establecidos de w y S representan mínimos impuestos por restricciones de fabricación y la necesidad de mantener un flujo adecuado en los pasos entre aletas.



(a) Si una unión metalúrgica proporciona una resistencia de contacto de $R''_{t,c} = 5\times10^{-6}$ m^2·K/W y la temperatura máxima permisible del chip es 85°C, ¿cuál es la disipación de potencia máxima permisible del chip q_c? Suponga que la totalidad del calor se transferirá a través del sumidero de calor.

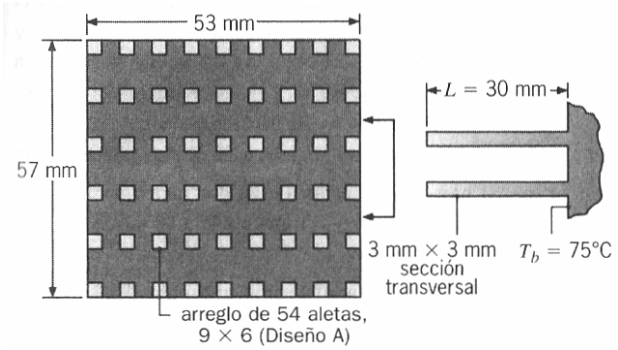
(b) Es posible aumentar la disipación de calor incrementando w, sujeto a la restricción que $(S - w) \geq 0.25$ mm, y/o aumentando L_f (sujeto a la restricciones de fabricación $L_f \leq$

10 mm). Evalúe el efecto de estos cambios.

3.120 Debido al gran número de dispositivos en los chips de PC actuales, a menudo se utilizan sumideros de calor con aletas para mantener el chip a una temperatura de operación aceptable. Se evaluarán dos diseños de aletas, los cuales tienen dimensiones de área base (sin aletas) de 53 mm×57 mm. Las aletas son de sección transversal cuadrada y fabricadas de una aleación de aluminio troquelado con una conductividad térmica de 175 W/m·K. El aire de enfriamiento se suministra a 25°C, y la temperatura máxima permisible del chip es 75°C. Otras características de las condiciones de diseño y operación se presentan en la tabla siguiente.

	Dimensiones de la aleta			
Diseño	Sección transversal $w \times w$ (mm)	Longitud L (mm)	Número de aletas en el arreglo	Coeficiente de convección (W/m² · K)
A	3 × 3	30	6 × 9	125
B	1 × 1	7	14 × 17	375

Determine cuál arreglo de aletas es superior. En su análisis, calcule la transferencia de calor, eficiencia y efectividad de una sola aleta, así como la transferencia de calor total y la eficiencia global del arreglo. Como el estado real dentro de la computadora es importante, compare la transferencia de calor total por unidad de volumen para los dos diseños.



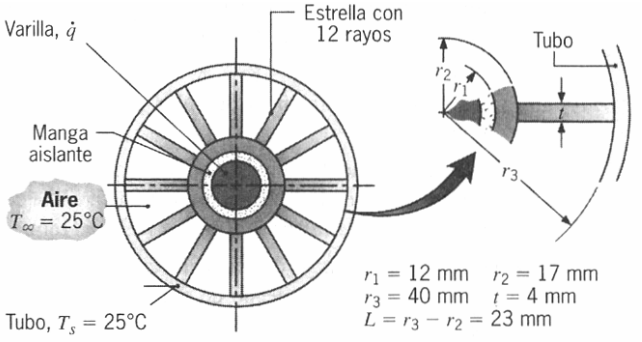
3.121 Una pared de un recinto eléctrico está fabricada de placa de cobre (k = 400 W/m·K), 160 mm×160 mm de ancho y 5 mm de espesor. Para aumentar la transferencia de calor a través de la placa, 400 aletas rectas de cobre, cada una de 4 mm de diámetro y 20 mm de longitud, se fabrican integralmente en ambos lados de la placa en centros de separación cuadrada de 8 mm. Aire caliente en el recinto a una temperatura de 65°C y circulación natural proporcionan un coeficiente de convección promedio de 5 W/m^2·K en la superficie interna de la placa. Un flujo forzado de aire ambiente a 20°C proporciona un coeficiente de convección promedio de 100 W/m^2·K sobre la superficie externa de la placa.

(a) Estime la transferencia de calor a través de la placa. Suponiendo el mismo coeficiente de convección sin las aletas, determine el monto de aumento de la transferencia de calor permitido por las aletas.

(b) Se recomienda que los costos de fabricación se reduzcan soldando las puntas a la placa con plata, en lugar de recurrir a un proceso costoso como la fabricación con descarga eléctrica para lograr una construcción continua placa/aleta. Si la resistencia de contacto correspondiente es 5×10^{-6} m^2·K/W, ¿cuál es la transferencia de calor a través de la placa?

3.122 Una varilla larga de 20 mm de diámetro y una conductividad térmica de 1.5 W/m·K tiene una generación de energía térmica volumétrica interna uniforme de 1×10^6 W/m^3. La varilla se cubre con una manga aislante eléctrica de 2 mm de espesor y conductividad térmica de 0.5 W/m·K. Una estrella con 12 rayos y dimensiones como se muestran en el dibujo tiene una conductividad térmica de 175 W/m·K, y se usa para

sostener la varilla y mantener concentricidad con un tubo de 80 mm de diámetro. Aire a la misma temperatura que la de la superficie del tubo, $T_s = T_\infty = 25°C$, pasa sobre la superficie de la estrella y el coeficiente de convección es 20 W/m^2·K.

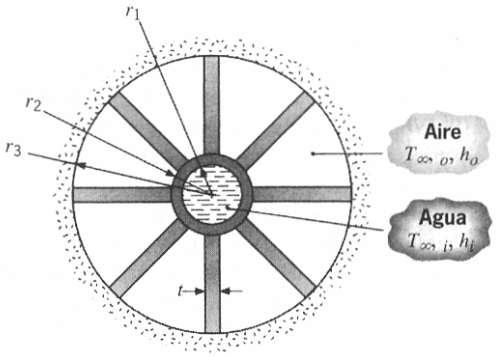


(a) Genere un circuito térmico que sirva para determinar la temperatura de la superficie externa de la varilla. Evalúe esta temperatura.

(b) ¿Cuál es la temperatura en el centro de la varilla?

3.123 Considere el sistema físico y las condiciones del problema 3.122, pero ahora suponga que la superficie externa del tubo está bien aislada. Deseamos aumentar el calentamiento volumétrico dentro de la varilla, al tiempo que no se permite que la temperatura de la línea central exceda 100°C. Determine el impacto de los siguientes cambios que se pueden efectuar independientemente o al mismo tiempo: (i) aumentar la velocidad del aire y por ello el coeficiente de convección; (ii) cambiar el número y/o espesor de los rayos; y (iii) usar una manga de material no conductor eléctrico de conductividad térmica grande (por ejemplo, carbón amorfo o cuarzo). Recomiende una configuración realista que dé un aumento significativo en $\dot{q}$.

3.124 Un calentador de aire consiste en un tubo de acero (k = 20 W/m·K), con radios interno y externo de r_1 = 13 mm y r_2 = 16 mm, respectivamente, y ocho aletas longitudinales fabricadas integralmente, cada una de espesor t = 3 mm. Las aletas se extienden a un tubo concéntrico, que tiene radio r_3 = 40 mm y aislado en la superficie externa. Agua a temperatura $T_{\infty,\,i}$ = 90°C fluye a través del tubo interno, mientras que aire a $T_{\infty,\,o}$ = 25°C fluye a través de la región anular formada por el tubo concéntrico más grande.



(a) Dibuje el circuito térmico equivalente del calentador y relacione cada resistencia térmica con los parámetros apropiados del sistema.

(b) Si h_i = 5000 W/m^2·K y h_o = 200 W/m^2·K, ¿cuál es la transferencia de calor por unidad de longitud?

(c) Evalúe el efecto de aumentar el número de aletas N y/o el espesor de la aleta t sobre la transferencia de calor, sujeto a la restricción de que $N\,t < 50$ mm.

3.125 Determine el porcentaje de aumento en transferencia de calor asociado con el hecho de unir aletas de perfil rectangular a una pared plana. Las aletas son de 50 mm de longitud y están igualmente espaciadas a una distancia de 4 mm (250 aletas/m). El coeficiente de convección asociado con la pared desnuda es 40 W/m^2·K, mientras que el que resulta de la unión de las aletas es 30 W/m^2·K.

3.126 Considere el uso de aletas rectas de acero inoxidable (304) de perfiles rectangulares y triangulares en una pared plana cuya temperatura es de 100°C. El fluido contiguo está a 20°C, y el coeficiente de convección asociado es 75 W/m^2·K. Cada aleta tiene 6 mm de espesor y 20 mm de longitud. Compare la eficiencia, la efectividad y la pérdida

de calor por unidad de ancho asociadas con los dos tipos de aletas.

3.127 Aletas de aluminio de perfil triangular se unen a una pared plana cuya temperatura superficial es 250°C. El espesor de la base de la aleta es 2 mm, y su longitud es 6 mm. El sistema está en aire ambiental a una temperatura de 20°C, y el coeficiente de convección superficial es 40 W/m^2·K.

(a) ¿Cuáles son la eficiencia y efectividad de la aleta?

(b) ¿Cuál es el calor disipado por unidad de ancho por una sola aleta?

3.128 Una aleta anular de aluminio de perfil rectangular se une a un tubo circular que tiene un diámetro externo de 25 mm y una temperatura superficial de 250 °C. La aleta es de 1 mm de espesor y 10 mm de longitud, y la temperatura y el coeficiente de convección asociados con el fluido adyacente son 25 °C y 25 W/m^2·K, respectivamente.

(a) ¿Cuál es la pérdida de calor por aleta?

(b) Si 200 de estas aletas están espaciadas en incrementos de 5 mm a lo largo de la longitud del tubo, ¿cuál es la pérdida de calor por metro de longitud del tubo?

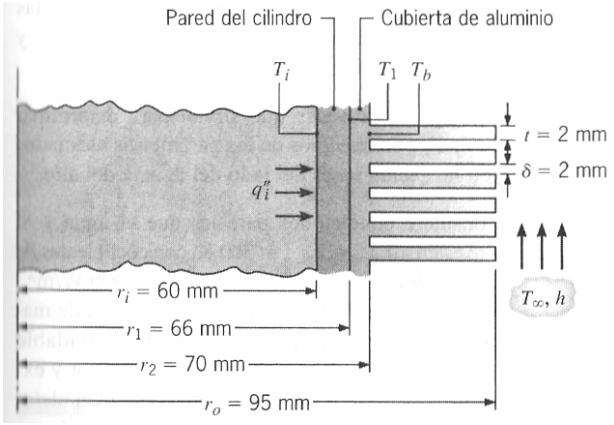
3.129 Unas aletas anulares de aluminio de perfil rectangular están unidas a un tubo circular que tiene un diámetro externo de 50 mm y una temperatura de superficie externa de 200°C. Las aletas tienen 4 mm de espesor y 15 mm de longitud. El sistema está en aire ambiental a una temperatura de 20°C, y el coeficiente de convección de la superficie es 40 W/m^2·K.

(a) ¿Cuáles son la eficiencia y efectividad de la aleta?

(b) Si hay 125 de estas aletas por metro de longitud de tubo, ¿cuál es la transferencia de calor por unidad de longitud del tubo?

3.130 Se instalan aletas anulares de aluminio de 2 mm de espesor y 15 mm de longitud sobre un tubo de aluminio de 30 mm de diámetro. Se sabe que la resistencia de contacto térmico entre una aleta y el tubo es 2×10^{-4} m^2·k/W. Si la pared del tubo está a 100°C y el fluido contiguo está a 25°C, con un coeficiente de convección de 75 W/m^2·K, ¿cuál es la transferencia de calor de una sola aleta? ¿Cuál sería la transferencia de calor si la resistencia de contacto pudiera eliminarse?

3.131 Se propone enfriar con aire los cilindros de una cámara de combustión mediante la unión de una cubierta de aluminio con aletas angulares (k = 240 W/m·K) a la pared del cilindro (k = 50 W/m·K).



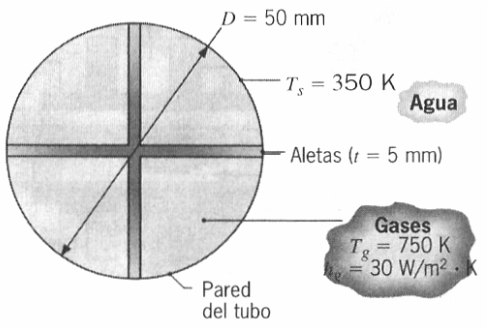
El aire está a 320 K y el coeficiente de convección correspondiente es 100 W/m^2·K. Aunque el calentamiento en la superficie interna es periódico, es razonable suponer condiciones de estado estable con un flujo de calor promedio respecto al tiempo de $q_i'' = 10^5$ W/m^2. Suponiendo una resistencia de contacto insignificante entre la pared y la cubierta, determine la temperatura interna de la pared T_i, la temperatura de la interfaz T_1 y la temperatura base de la aleta T_b. Determine estas temperaturas si la resistencia de contacto de la interfaz es $R_{t,c}'' = 10^{-4}$ m^2·K/W.

3.132 Considere el cilindro de combustión enfriado por aire del problema 3.131, pero en lugar de imponer un flujo de calor uniforme en la superficie interna, considere condi-

ciones para las que la temperatura promedio respecto al tiempo de los gases de combustión es T_g = 1100 K y el coeficiente de convección correspondiente es h_g = 150 W/m^2·K. Todas las demás condiciones, incluida la resistencia de contacto cilindro/cubierta, permanecen iguales. Determine la transferencia de calor por unidad de longitud del cilindro (W/m), así como la temperatura interna del cilindro T_i, las temperaturas de las interfaces $T_{1,i}$ y $T_{1,o}$ y la temperatura base de la aleta T_b. Imponga la restricción de que el intervalo entre aletas se fija en δ = 2 mm, y evalúe el efecto de aumentar el espesor a expensas de reducir el número de aletas.

3.133 En el ejemplo 3.10, consideramos un diseño de sumidero de calor y condiciones de operación que mantienen una temperatura de la cubierta de un transmisor de 80°C, mientras el transistor disipa 1.63 W. Identifique todas las medidas posibles para mejorar el diseño y/o las condiciones de operación, de modo que la disipación de calor aumente mientras mantiene una temperatura de la cubierta de 80°C. En palabras, evalúe los méritos relativos de cada medida. Elija las tres medidas que considere más prometedoras, y evalúe de forma numérica el efecto de los cambios correspondientes en el diseño y/o en las condiciones de operación sobre el rendimiento térmico.

3.134 Se calienta agua sumergiendo tubos de cobre con pared delgada de 50 mm de diámetro en un tanque y haciendo pasar gases calientes de combustión (T_g = 750 K) a través de los tubos. Para reforzar la transferencia de calor al agua, se insertan en cada tubo cuatro aletas rectas de sección transversal uniforme, para formar una cruz. Las aletas tienen un espesor de 5 mm y también están fabricadas de cobre (k = 400 W/m·K). Si la temperatura de la superficie del tubo es T_s = 350 K y el coeficiente de convección del lado del gas es h_g = 30 W/m^2·K, ¿cuál es la transferencia de calor al agua por metro de longitud del tubo?

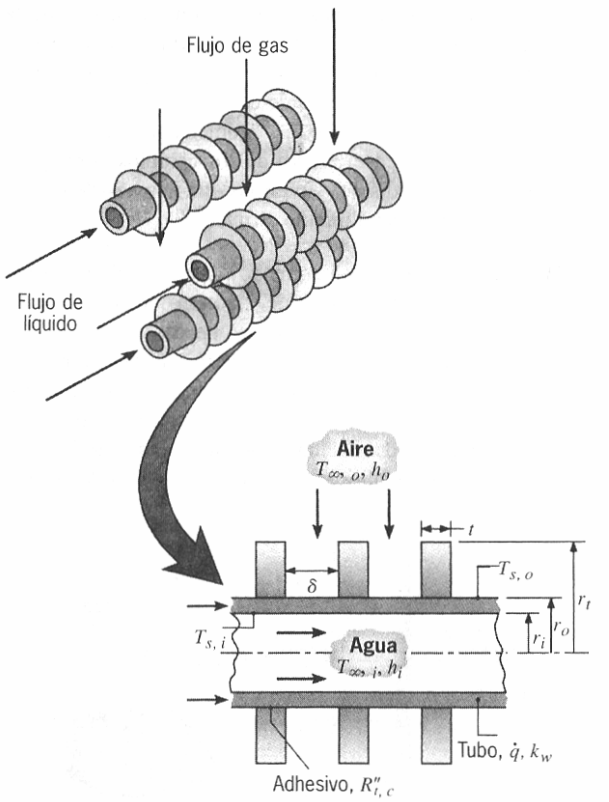


3.135 Considere las condiciones del problema 3.134, pero ahora tenga en cuenta un espesor de la pared del tubo de 5 mm (diámetros interior y exterior de 50 y 60 mm), una resistencia térmica de contacto aleta-tubo de 10^{-4} m^2·K/W, y el hecho de que se conozca la temperatura del agua, T_w = 350 K, y no la temperatura de la superficie del tubo. El coeficiente de convección del lado del agua es h_w = 2000 W/m^2·K. Determine la transferencia de calor por unidad de longitud de tubo (W/m) al agua. ¿Cuáles serán los efectos separados de cada uno de los siguientes cambios de diseño sobre la transferencia de calor: (i) eliminación de la resistencia de contacto; (ii) aumento del número de aletas de cuatro a ocho; y (iii) cambiar el material de la pared del tubo y de la aleta de cobre a acero inoxidable AISI 304 (k = 20 W/m·K)?

1.136 Un esquema para calentar de forma concurrente flujos de agua y aire por separado implica hacerlos pasar a través de un arreglo de tubos y sobre éste, respectivamente, mientras la pared del tubo se calienta con electricidad. Para reforzar la transferencia de calor del lado del gas, se unen aletas anulares de perfil rectangular a la superficie externa del tubo. La unión se facilita con un adhesivo dieléctrico que aísla eléctricamente las aletas de la pared del tubo que conduce electricidad.

(a) Suponiendo una generación volumétrica de calor uniforme dentro de la pared del tubo, obtenga expresiones para la transferencia de calor por unidad de longitud de tubo (W/m) en las superficies interna (r_i) y externa (r_o) de la pared. Exprese los resultados en términos de las temperaturas de las superficies interna y externa del tubo, $T_{s,i}$ y $T_{s,o}$ y de otros parámetros pertinentes.

(b) Obtenga expresiones que sirvan para determinar $T_{s,\,i}$ y $T_{s,\,o}$ en términos de los parámetros asociados con las condiciones del lado del agua y del aire.



(c) Considere condiciones para las que el agua y el aire estén a $T_{\infty,\,1} = T_{\infty,\,o} =$ 300 K, con coeficientes de convección correspondientes de $h_i = 2000$ W/m^2·K y $h_o = 100$ W/m^2·K. El calor se disipa de manera uniforme en un tubo de acero inoxidable ($k_w = 15$ W/m·K), que tiene radios interior y exterior $r_i =$ 25 mm y $r_o = 30$ mm, y se unen aletas de aluminio ($t = \delta = 2$ mm, $r_t = 55$ mm) a la superficie externa, con $R''_{t,c} =$ 10^{-4} m^2·K/W. Determine las transferencias de calor y temperaturas en las superficies interna y externa como función de la rapidez de calentamiento volumétrico . El límite superior para $\dot{q}$ se determinará por las restricciones de que $T_{s,\,i}$ no exceda el punto de ebullición del agua (100°C) y que $T_{s,\,o}$, no exceda la temperatura de descomposición del adhesivo (250°C).